



TITLE:

高スピン超変形回転バンドの励起
スペクトルと八重極集団励起(
Dissertation_全文)

AUTHOR(S):

中務, 孝

CITATION:

中務, 孝. 高スピン超変形回転バンドの励起スペクトルと八重極集団励起. 京都大学, 1994, 博士(理学)

ISSUE DATE:

1994-03-23

URL:

<https://doi.org/10.11501/3075796>

RIGHT:

高スピン超変形回転バンドの励起スペクトルと八重極集団励起

中務 孝

京都大学理学部物理学第二教室

Abstract

本論文は、高スピン核構造の研究において現在世界的に最も強い関心を集めている超変形回転バンド (superdeformed rotational band) の励起状態に関する研究を報告する。特に、その高速回転・巨大変形のもとに形成される特徴的な励起モードとして、八重極振動励起を取り上げ、球形・通常変形核で良く知られた八重極励起との相違点を議論し、その特異な性質を解明する。本論文では、このような集団励起モードの動力学的側面に焦点を合わせ、偶核・奇核の双方を統一的に記述するための微視的なモデルとして、回転殻模型 (rotating shell model) に基づいた乱雑位相近似 (RPA) と、一様回転座標系における準粒子・振動結合の理論を展開する。この理論を用いて、興味深い実験データが報告されている、 ^{152}Dy と ^{193}Hg の超変形回転バンドに関する計算結果、及び実験との比較を報告し、八重極集団励起の効果を議論する。

Contents

I	序論	3
A	超変形・巨大変形状態の探求	3
B	超変形殻構造と八重極相関	4
C	本論文の構成	4
II	回転殻模型と場の振動の自己無撞着な記述	6
A	現象論的平均場ポテンシャル	6
B	場の変形の決定	8
C	変形平均場における2体有効相互作用	9
D	自己無撞着集団振動運動	11
E	乱雑位相近似 (RPA)	14
F	準粒子・振動結合	16
III	超変形 ($\omega_{\perp} : \omega_3 = 2 : 1$) 調和振動子ポテンシャルの分析	20
A	超変形 ($\omega_{\perp} : \omega_3 \approx 2 : 1$) 状態における閉殻 (closed shell) 配位と八重極振動	20
B	開殻 (open shell) 配位における低励起八重極振動 ($K = 1$ モード)	21
C	奇 A 核における準粒子・八重極振動結合	23
IV	超変形回転バンド ^{193}Hg の分析	25
A	準粒子励起モードにおける八重極集団振動の結合効果	25
B	計算結果の χ_{3K} 依存性と理論の問題点	30
V	超変形回転バンド ^{152}Dy の分析	32
A	“High-N” 分類法から予想される各バンドの励起配位	32
B	一粒子準位交差と慣性能率	32
C	band 2 と band 3	35
D	その他のバンド	38
VI	結語	40
	APPENDIXES	42
A	調和振動子ポテンシャル中の八重極励起	42

I. 序論

A. 超変形・巨大変形状態の探求

巨大変形をもつ原子核として、以前から、軽い核の励起 α クラスタ配位や重い核の核分裂異性体 (fission isomer) などが知られていたが、これらの状態は比較的低スピンの状態 ($I \leq 10$) であり、その生成確率も非常に小さい。これに対して、1986 年 ^{152}Dy に発見された超変形回転バンド [1] には、角運動量 $I \approx 20 \sim 60\hbar$ の広い範囲にわたって、20 本近い見事な回転スペクトルが観測され、核構造研究の高スピン・巨大変形のフロンティアを大きく進展させ、核分光學に “superdeformed spectroscopy” と呼ばれる新たな分野を開くことになった。その形状は、超ウラン領域に見られた核分裂異性体とはほぼ同じ、長軸・短軸比 2:1 のプロレート (レモン) 型楕円体であり、固有 E2 モーメント $Q = 19 \pm 3\text{eb}$ をもつ [2]。これはこの領域 (希土類) の通常変形核のもつ E2 モーメントと比べると、約 3 倍の大きさに相当し、換算遷移確率 $B(E2)$ はその 2 乗に比例するので、およそ 1 桁ほど大きな値になる。その後、 ^{152}Dy のまわりの原子核や、 ^{192}Hg 及びその周辺、 ^{132}Ce とその周辺にも、大きな変形度をもつ原子核が次々と発見され、超変形核は、核チャートのかなり広い領域にわたって存在することが分かってきた。またイラスト超変形回転バンド以外に、複数の励起バンドが発見されるようになり、その励起スペクトルに関する情報も得られ、超変形状態における殻構造の情報が、間接的ながら実験的に調べられるようになった [3]。

このような巨大変形状態が安定に存在するためには、殻構造が非常に重要である。普通、基底状態が特に安定な原子核は、魔法数と呼ばれる $N, Z = 2, 8, 20, 40, 50, 82, \dots$ といった粒子数に対応し、この数は、3 次元等方調和振動子ポテンシャル中の一粒子運動の考察から (intruder 軌道を除いて) 簡単な理解を得ることができる。この議論を非等方調和振動子ポテンシャルに拡張すれば、振動数比 $\omega_1 : \omega_2 : \omega_3$ が (簡単な) 整数比になったときに、顕著な殻構造を生み出すことが容易に理解できる (この場合、ポテンシャル中の古典軌道がすべて閉じる)。この性質は l^2 項や $l \cdot s$ 項を加えた現実的な (Nilsson) ポテンシャルにおいても生き残り、超変形状態 ($\omega_1 : \omega_2 : \omega_3 \approx 2 : 2 : 1$) や、オブレート超変形状態¹ ($\omega_1 : \omega_2 : \omega_3 \approx 1 : 1 : 2$) におけるエネルギーを下げ、安定化させる働きを担う。しかし低スピン領域では、この状態はイラスト²のはるか上にある高励起状態 (ポテンシャル・エネルギー曲面の第二極小点) であり、バンドが生成される確率はほとんど 0 に近い。しかし、回転エネルギー ($I(I+1)/2J$) が慣性率 J に反比例して大きな変形を好むために、高スピン状態では (^{152}Dy の場合 $I \approx 56\hbar$ 付近で)、超変形状態がイラスト状態となる。したがって、超変形回転バンドを実験で生成・観測するには、現在のところ、重イオン核融合反応で高い角運動量を融合核に持ち込んで、カスケード γ 線を測定するのが唯一の方法である [4]。この方法で、ごく最近カナダの Chalk River 研究所において、超変形回転バンドが最初に発見された ^{152}Dy 、もしくはその近傍の核に $\omega_1 : \omega_2 : \omega_3 \approx 3 : 3 : 1$ という、さらに巨大な変形をもつバンドが発見された [5]。これは “hyperdeformed band” と呼ばれており、先ほどの殻構造の議論から、理論的には以前からその存在が予想されていたものである。バンドのもっている角運動量は未定であるが、超変形状態よりも大きいものと予想され、原子核のもち得る限界 ($I_{\text{limit}} \approx 80\hbar$ [6]) に近い値に

¹実験ではまだ観測されていない。

²与えられた角運動量のもとで最小エネルギーをもつ状態

なっていると考えられる。

B. 超変形殻構造と八重極相関

さて、話を超変形 ($\omega_1 : \omega_2 : \omega_3 \approx 2 : 2 : 1$) に戻そう。バンドの安定化のために殻構造が非常に重要な役割を果たしていることをすでに述べたが、その超変形に伴う殻構造は球形や $\beta_2 \sim 0.3$ 程度の通常変形に伴うものとは全く異なった特徴を備えている。超変形殻構造が示す最も際だった特徴は、一つの主殻 (major shell) 内に異パリティ・レベルがほぼ同数混在することであり、特別な intruder 軌道を除いてほとんど全ての準位が同一パリティをもつ、球形近傍の原子核と対照的である。このような特異な殻構造のもとでは、新しいタイプの素励起モードが現れることが期待され、理論的にその存在を探ることは、今後の実験への提言も含めて、非常に興味深い。本論文の主題の一つはまさにここにある。異パリティ・レベルの混在から予想される重要な核子間相関としては、負パリティ励起モードが考えられる。低励起の表面振動としてまず思いつく可能なモードとしては、アイソスカラー八重極振動モードがあり、本論文はこのモードの分析に主題をおく。超変形殻構造のもとでの八重極相関 (特に $K=1$ のモード) は、球形核の四重極相関に類似した性格をもち、バレンス粒子の数や対相関に強く依存している。その結果、 ^{152}Dy などの超変形魔法数 ($N=86, Z=66$) に対応する原子核から中性子・陽子数がずれると、その励起エネルギーを下げて、やがて反転対称性を破った状態が真空となると予想される。これは、球形核が魔法数からずれることで四重極相関を強め、やがて真空 (基底状態) が回転対称性を破って変形核となる、(球形・四重極変形) 形状相転移現象と並行した議論である。

イギリスの Daresbury 研究所における超変形回転バンドの発見から今年 (1994) で 8 年目になり、実験データの蓄積もかなり進んできている。また、93 年からヨーロッパにおいて EUROGAM、GASP と呼ばれる新世代の γ 線測定器システムが稼働し始め、アメリカでは GAMMASPHERE の完成が目前に迫っている。今後、生成確率が 1% を下回るようなイベント数の少ないバンドを実験で観測することが可能となり、“superdeformed spectroscopy” は新たな段階を迎えることになる。実験分野のこのような目覚ましい進歩をもとに、理論サイドも、新たな現象に対応できる理論を構築することが必要とされる。本論文のもう一つの主題は、八重極集団励起の効果が励起スペクトルに及ぼす影響を理論的に調べ、これまでに得られている実験データと比較・検討することにある。励起超変形バンドの解析は、これまで常に、一粒子準位の粒子配位だけで考察されてきたが、単純な独立粒子運動の観点のみでは理解できない現象が、データとして現れつつあり、このことを後半で議論したい。その詳細な分析から、理論に求められている改善の方向を探り、モデルの信頼性を高めていくことが可能になると期待している。

C. 本論文の構成

本論文の構成は、II 節で理論形式、III・IV・V 節でその応用と計算結果、IV 節で全体のまとめを記す。まず、Cranked-Nilsson-Strutinsky の理論による回転殻模型、振動運動を独立粒子運動の自由度で自己無撞着に記述する乱雑位相近似 (RPA)、独立粒子運動と振動運動の相互作用を記述する粒子・振動結合 (particle-vibration coupling) の理論形式を II 節で述べ、続いて、簡単な調和振動子ポテンシャル模型への理論の適用、及び超変形殻構造の特徴と八重極相関との関連を III 節で述べる。IV・V 節では、実際に観測されている超変形回転バンド ^{193}Hg と ^{152}Dy の励起スペクトルを、八重極相関を取り入れた II 節の理論で計算

し、実験データと比較・検討を実行、集団励起モードを考慮することが、実験データを再現するために不可欠であることを示す。また、Appendix では、調和振動子ポテンシャル模型における八重極励起に関して、実際の計算に役立つ公式を列挙する。

II. 回転殻模型と場の振動の自己無撞着な記述

高スピン状態、特にイラスト近傍の状態の記述において重要な役割を果たすのが、準粒子の回転整列 (アラインメント) である。アラインメント i は、角運動量の回転軸方向成分の大きさ $\langle \hat{j}_i \rangle$ で定義される。原子核が高速で回転することによって、平均場中の準粒子は、コリオリ力を受けて角運動量を回転軸方向に整列させようとするが、その傾向の強さは、準粒子レベルの個性に強く依存する。したがって、高スピン・イラスト近傍のバンドの内部状態を記述するには、平均場に回転の効果を取り入れることが非常に重要である。これまで、通常変形核の g - s band 交差現象等の解析に威力を発揮してきたモデルが、クランキングの処方 [7] で半古典的に回転を取り扱う、回転系における殻模型である。この方法で一体場としての真空 (イラスト状態) を定義し、その上で、重要な 2 体残留相互作用による核子相関を考慮し、イラストや励起バンドの回転による内部構造の変化を記述することが可能となる。本論文で用いるアプローチは、この回転殻模型に基づき、平均場に組み込めなかった残留相関を、乱雑位相近似で扱うもの³で、集団運動としての振幅があまり大きくなると、この近似は成り立たず、定量的な議論は困難となる。しかし、そのような状況のもとでも、どの集団自由度が特に関与するかを知りたい場合など、定性的な性質を理解するには有力な方法といえる。

A. 現象論的平均場ポテンシャル

球形核や通常変形核の平均場中の一粒子運動は、これまでの理論・実験における解析から、その準位構成などが良く調べられており、それを再現する平均場ポテンシャルが確立されている。本来、平均場ポテンシャルを求める方法としては、媒質中での有効核力から出発して、Hartree-Fock(-Bogoliubov) などの平均場理論から求めるのが理論の本筋といえるが、有効核力に不定性もあり、大変な計算のわりにそれほど信頼できる一体場が求められないのが現状である。そこで、ここでは実験的に知られている準位構成を再現する現象論的なポテンシャル (Nilsson ポテンシャル [10]) を用いて、一体場の構成を行なう。Nilsson ポテンシャルは非等方調和振動子ポテンシャルを軸に構成しているため、現実の原子核の一体場に近付けるために l^2 項と $\vec{l} \cdot \vec{s}$ 項が導入されている。その強さにあたる v_{ll} や v_{ls} の大きさは、実験値を再現するように決められるわけであるが、残念ながら超変形状態の平均場中の一粒子準位の構成を正確に決定できるほどの実験データは、まだ存在しない。そこで、ここでは通常変形核の回転バンドの解析から Bengtsson-Ragnarsson [11] によって決められた値を用いることにする。

一体 Hamiltonian は、

$$h_{\text{crank}} = h_{\text{sp}} - \hbar \omega_{\text{rot}} \hat{J}_1, \quad (2.1)$$

$$h_{\text{sp}} = h_{\text{def}} - \Delta (\hat{P}^\dagger + \hat{P}) - \lambda \hat{N}. \quad (2.2)$$

ここで (2.1) 式第 2 項が 1-軸回りの一様回転系に移ったことによるもので、クランキング項と呼ばれるものである。ここで、 $\hat{N} = \sum_k c_k^\dagger c_k$ 、 $\hat{P}^\dagger = \sum_{k>0} c_k^\dagger c_k$ で、 (c_k^\dagger, c_k) は核子の生成・消

³ γ -振動に関する清水・松柳による一連の論文 [8]、八重極振動に関する水鳥・清水・松柳の論文 [9] で、基本的に同じ手法が用いられている。

減演算子を、 \bar{k} は k の時間反転パートナーを表し、 $k > 0$ はそのうち \bar{k} に関する和を除くことを示している。 h_{def} は球形殻模型 h_{sph} の座標 \vec{x} をダブル・ストレッチ座標 $x_i'' = (\omega_i/\omega_0)x_i$, ($i = 1, 2, 3$) にスケーリングすることで求められる。ここで、 ω_i はポテンシャルの形から決められるが、このような場の変形 ($\delta_{\text{osc}}, \Delta$, etc.) の決定は、次節で議論される。

$$h_{\text{def}} = h_{\text{sph}}(\vec{x} \rightarrow \vec{x}'', \vec{p}), \quad (2.3)$$

$$h_{\text{sph}}(\vec{x}, \vec{p}) = \sum_{n=1}^A \left\{ \frac{p^2}{2M} + \frac{1}{2} M \omega_0^2 x^2 + v_{ls} \vec{l} \cdot \vec{s} + v_{ll} (l^2 - \langle l^2 \rangle_N) \right\}_n. \quad (2.4)$$

この際、軌道角運動量演算子 $\vec{l} = \vec{x} \times \vec{p}$ も同様のスケーリングを受けることに注意して欲しい。これまでの計算によって、このスケーリングを通して巨大変形・高スピン状態の一粒子準位に対して、Woods-Saxon ポテンシャルにより近い構造が得られることが分かっている。関係式 $\omega_0 = 41 A^{-1/3} \text{MeV}/\hbar$ から ω_0 を求め、原子核の非圧縮率が大きいことを反映して、体積保存の条件

$$\omega_1 \omega_2 \omega_3 = \omega_0^3 = \text{const.}, \quad (2.5)$$

を課すことにする。また、この論文では、 h_{def} として軸対称変形場のみを扱うため、3-軸を対称軸にとり、

$$\omega_1 = \omega_2 \equiv \omega_{\perp}, \quad (2.6)$$

とおく。

回転角速度 ω_{rot} を与えると、一体場 Hamiltonian (2.2) 式は対角化することができ、一体場の真空 $|\phi_0\rangle$ と、回転系の準粒子 ($a_{\mu}^{\dagger}, a_{\mu}$) 及びそのエネルギー E_{μ} を求めることができる。

$$h_{\text{crank}} = \langle \phi_0 | h_{\text{crank}} | \phi_0 \rangle + \sum_{\mu} E_{\mu} a_{\mu}^{\dagger} a_{\mu} + \sum_{\bar{\mu}} E_{\bar{\mu}} a_{\bar{\mu}}^{\dagger} a_{\bar{\mu}}. \quad (2.7)$$

ここで、 $(\mu, \bar{\mu})$ は互いにシグネチャー・パートナーの準粒子状態を表している。シグネチャー量子数とは、 \mathcal{R} 変換の固有値であり、 $\mathcal{R} = \exp(-i\pi \hat{J}_1)$ は回転軸 (1-軸) まわりの 180° 回転の演算子である。基底状態近くの多くの回転バンドは、 \mathcal{R} 変換に関して不変であり、超変形回転バンドも同様の性質をもつと考えられている。この量子数 r は、回転系においても保存される量子数であり、高スピンの回転バンドを分類する際に非常に便利な量子数である。

$$\mathcal{R} a_{\mu}^{\dagger} \mathcal{R}^{-1} = +i a_{\mu}^{\dagger} \quad : r = +i (\alpha = -1/2), \quad (2.8)$$

$$\mathcal{R} a_{\bar{\mu}}^{\dagger} \mathcal{R}^{-1} = -i a_{\bar{\mu}}^{\dagger} \quad : r = -i (\alpha = +1/2). \quad (2.9)$$

この論文では、シグネチャーの分類に $r = \exp(-i\pi\alpha)$ とした α を使うことにする。 α は、整数または半整数の値を取り、普通、 $\alpha = \pm 1/2, 0, 1$ を用いる。

Nilsson ポテンシャルは、調和振動子ポテンシャルの底を広げる代わりに、 l^2 に比例するポテンシャルを導入しているため余分な速度依存性をもち、そのため準粒子アラインメントの過大評価などをもたらす。この効果の除去法は、木之内等によって求められ [12]、(2.1) 式に次の補正項 V_{corr} を加えることで除去できる。

$$V_{\text{corr}} = v_{ll}F_{ll}(\vec{\omega}, \vec{x}, \vec{p}) + v_{ls}F_{ls}(\vec{\omega}, \vec{x}, \vec{s}), \quad (2.10)$$

$$\begin{aligned} F_{ll}(\vec{\omega}, \vec{x}, \vec{p}) = 2M\omega_{\text{rot}} \Big\{ & (\omega_2 x_2^2 + \omega_3 x_3^2) l_1 - \omega_1 x_1 (x_2 l_2 - x_3 l_3) \\ & + i(\omega_1/\omega_0)(\omega_2 - \omega_3)x_2 x_3 \Big\} \\ & - \hbar^2(\omega_{\text{rot}}/\omega_0) \Big\{ h_0 l_1 + \frac{i}{2}(\omega_2^2 - \omega_3^2)x_2 x_3 \Big\}, \end{aligned} \quad (2.11)$$

$$F_{ls}(\vec{\omega}, \vec{x}, \vec{s}) = M\omega_{\text{rot}} \Big\{ (\omega_2 x_2^2 + \omega_3 x_3^2) s_1 - \omega_1 x_1 (x_2 s_2 - x_3 s_3) \Big\}. \quad (2.12)$$

ここで、 h_0 は調和振動子のハミルトニアン、

$$h_0 = \frac{p^2}{2M} + \frac{1}{2}M\omega_0 x'^2, \quad (2.13)$$

である。

この方法によってアラインメントの過大評価を補正することができるが、一方で準粒子のアラインメントの定義に微妙な問題が生じる。普通、準粒子 $|\mu\rangle$ のアラインメント i は、

$$\begin{aligned} i &= \langle \mu | \hat{j}_1 | \mu \rangle \\ &= -\frac{\partial E_\mu}{\partial \omega_{\text{rot}}} \end{aligned} \quad (2.14)$$

として定義されるが、(2.10) 式で補正した場合、(2.14) 式の 1 行目と 2 行目は一致しない。本論文においてアラインメントを議論するときには、2 行目の角速度に対する傾きから求めたものを用いている。

B. 場の変形の決定

ここで言うところの「場の変形」には、対場と形状場の 2 種類があり、どちらも自己無撞着に決定されるべきものである。Hartree-Fock-Bogoliubov (HFB) の理論を用いれば、有効核力から双方を同時に決定することができる。本来、場の変形は、p-p(h-h) 相関や p-h 相関の強さで決定され、相関が充分強ければ、真空がゲージ対称性 (粒子数保存則) や回転対称性を自発的に破って、対演算子 \hat{P} や形状演算子 (ここでは特に四重極演算子) \hat{Q}_{20} などが真空期待値をもつ。

$$\Delta/G = \langle \phi_0 | \hat{P} | \phi_0 \rangle, \quad (2.15)$$

$$q_{20} = \langle \phi_0 | \hat{Q}_{20} | \phi_0 \rangle. \quad (2.16)$$

クランキングの処方とは、別の見方をすれば、こうして破った対称性を準古典的に回復する方法と見ることも可能である。(2.1)、(2.2) 式において、

$$N = \langle \phi_0(\lambda, \omega_{\text{rot}}) | \hat{N} | \phi_0(\lambda, \omega_{\text{rot}}) \rangle, \quad (2.17)$$

$$I = \langle \phi_0(\lambda, \omega_{\text{rot}}) | \hat{J}_1 | \phi_0(\lambda, \omega_{\text{rot}}) \rangle. \quad (2.18)$$

という拘束条件を満足するようにすることで、最適な変数 $(\lambda, \omega_{\text{rot}})$ の値を選ぶのである。もちろん、得られた状態 $|\phi_0(\lambda, \omega_{\text{rot}})\rangle$ は粒子数や角運動量の良い状態ではなく、現実実現されている状態は様々な $\lambda, \omega_{\text{rot}}$ をもつ状態の重ね合わせによってつくられるべきであり、

実際、射影法 (projection method) でつくることができる⁴。しかし、対称性の破れた状態は、強い相関を平均場に取り入れた結果として現われたものであり、様々な物理を考察する上で非常に有益で、直観的なイメージを提供してくれる。本論文では、射影法による対称性の回復は行わず、粒子数に関しては (2.17) 式の意味で回復させ、角運動量依存性の代わりに、 ω_{rot} を変化させて角速度依存性を見ることにする。超変形回転バンドの観測では、その角運動量は未定で、実際に実験で測られている量はむしろ角速度 ω_{rot} であるため、角速度の関数として見た方が実験とも比較し易いのである。

さて、上で述べた HFB 理論によって場の変形を決定するのが、微視的理論として第一義的であるが、前にも述べた通り、有効核力の不定性などから、この方法で信頼性の高い平均場を得ることは非常に困難であり、また対象とする核種が重い核になると非常に大変な計算が必要とされる。そこで、実験からある程度の信頼を得ている変形一体場 (Nilsson ポテンシャル) を使って、Strutinsky 法と呼ばれる方法 [13] で、場の変形を決定することにする。この方法は殻補正の方法とも呼ばれ、実験で確立した一粒子準位をもとにしているため信頼度も高く、計算もずっと楽なものになる。

Strutinsky によって提唱されたアイデアの本質は、核の全エネルギーを、粒子数の変化に対してなめらかに変化する (マクロ) 部分 E_{mac} と、殻構造の効果でそのまわりに激しく振動する (ミクロ) 部分 E_{mic} とに分離して計算することにある⁵。

$$E_{\text{total}} = E_{\text{mac}} + E_{\text{mic}} \quad (2.19)$$

もし、 $I = 0 (\omega_{\text{rot}} = 0)$ の状態を記述するのであれば、 E_{mac} を液滴模型から、 E_{mic} を一粒子準位から計算すればよいが、この論文では高スピン状態の記述が必要となるため、上の式を少し改良する必要がある [14,15]。その処方としては二通りの方法が考えられる。一つは、角運動量 I を固定して全系のエネルギーの平衡点を求める方法であるが、この場合変形度ごとに ω_{rot} が異なるため、計算は繁雑となる。そこで、我々は ω_{rot} を固定した回転系におけるエネルギーの平衡点から平衡変形を決定する方法をとる。つまり、(2.19) 式の E はすべてある角速度 ω_{rot} の回転系から見たエネルギー (ハミルトニアン (2.1) 式) を表し、回転系におけるエネルギーを最小 (あるいは極小) にする条件で、変形度を決定するわけである。対変形 Δ は、平均的対ギャップ $\bar{\Delta} = 12A^{-1/2}\text{MeV}$ を再現するように対相関強度 G を決め [16]、BCS 理論で実際の Δ を求めるが、これも同様に回転系のハミルトニアンにおいて決定する。

C. 変形平均場における 2 体有効相互作用

前節の議論によって、核子間相関の主要な部分は「場の変形」として平均場に組み込まれたが、原子核のような有限量子多体系においては、静的な平均場に取り入れられない揺らぎ (fluctuation) の影響が大きく、このことは、多くの実験や理論から確かめられている。この揺らぎの原因である残留相互作用は、第一義的には、有効核力から平均場部分を差し引い

⁴原子核は有限系であるため、対称性の破れた状態は安定に存在することができず、対称性の回復のための集団運動として、(対) 回転等が必然的に発生する。

⁵この方法は現在、マイクロクラスターなど、物性の分野でも広く応用され、成功を収めている。

て求めるべきであるが、前節で Strutinsky 法を用いたのと同様に、ここでも別のアプローチを用いる。

原子核の重要な性質のひとつとして、束縛エネルギーと密度の飽和性 (saturation) が挙げられる。そのため系を特徴づける重要な自由度は原子核の変形であり、核力がいたって短距離であることから、密度分布の変形はポテンシャルの変形と同じと考えられる。原子核は核子の多体系であるから、その密度変化は、ポテンシャルの変動から生まれる核子自身の集団運動 (振動・回転など) によって記述され、また逆に、その密度変化に従ってポテンシャルの変動も引き起こされる。したがって、集団運動を微視的に記述するときに用いる有効相互作用は“自己無撞着”に決められるべきと考える。つまり原子核が集団運動を起こすとき、密度とポテンシャルは常に同じ形をしているという条件である。

変形核における自己無撞着条件を考察し、従来の多重極・多重極相互作用 ($Q_{\lambda K}^{\dagger} Q_{\lambda K}$) を改良したダブル・ストレッチ座標における多重極・多重極相互作用 ($Q_{\lambda K}^{\dagger} Q_{\lambda K}''$) を自然な形で導出したのが、坂本・岸本 [17] である。彼らは、一体場として非等方調和振動子ポテンシャルを仮定し、表面振動運動が起きたときにも常に自己無撞着条件を満たすように、分離型の $Q_{\lambda K}^{\dagger} Q_{\lambda K}''$ 力を導いた。このような密度とポテンシャルの自己無撞着性を満たす理論としては、Thomas-Fermi の理論がすぐに思い出されるが、彼らの理論は、Thomas-Fermi 理論の精神を基礎としながら、さらに改良を加えたものといえる。残留相互作用によって引き起こされた集団運動が一体ポテンシャルの変動を引き起こし、その変動の大きさ (振動の振幅) が密度分布の変動の大きさと同じになるように決定される。この自己無撞着条件から、 λ 重極の変形に対応する場の結合の強さ $\chi_{\lambda K}^{\text{HO}}$ が求められ、残留有効 2 体相互作用は以下のように定式化される⁶。

$$\delta H_{\text{int}} = -\frac{1}{2} \sum_{\lambda K} \chi_{\lambda K}^{\text{HO}} \hat{Q}_{\lambda K}^{\dagger} \hat{Q}_{\lambda K}'', \quad (2.20)$$

$$\chi_{\lambda K}^{\text{HO}} = \frac{4\pi M \omega_0^2}{2\lambda + 1} \left[\sum_{l=0}^{2\lambda-2} \frac{1 + (-)^l}{2} g_{\lambda K}^{(l)} A((r^{2\lambda-2} P_l)'')_0 \right]^{-1}. \quad (2.21)$$

ここで χ_{3K}^{HO} の右上の添字は、一体場が調和振動子ポテンシャルであることを示している。本論文で特に興味のある $\lambda = 3$ の場合には、結合定数 χ_{3K}^{HO} は、

$$\begin{aligned} \chi_{3K}^{\text{HO}} = & \frac{4\pi}{7} M \omega_0^2 \left\{ \langle (r^4)'' \rangle_0 + \frac{2}{7} (4 - K^2) \langle (r^4 P_2)'' \rangle_0 \right. \\ & \left. + \frac{1}{84} (K^2 (7K^2 - 67) + 72) \langle (r^4 P_4)'' \rangle_0 \right\}^{-1}, \end{aligned} \quad (2.22)$$

という形になる [17]。

以上の結果は、一体平均場が調和振動子ポテンシャルであることを仮定して求められたものである。核ポテンシャル中の一粒子運動は、調和振動子ポテンシャルで非常に粗い定性的な議論は可能であるが、ある程度定量的な議論を可能にするためには、現実のポテンシャルに近付けるための l^2 に比例するポテンシャルが必要であり、また原子核に特徴的な強い $l \cdot s$ ポテンシャルも不可欠である。このような付加項は、ここで述べた有効相互作用にも影響し、何らかの修正を迫ることになるが、一般のポテンシャルのもとでの自己無撞着有効相

⁶ここでは、まずアイソスカラー・モードのみを考える。

相互作用をきれいな形で定式化することは困難である。この問題は、理論の発展の基礎となる重要な問題で、今後の課題である。

本論文では、超変形ポテンシャルの殻構造の本質的な特徴を備えた容易なモデルとしての「調和振動子ポテンシャル」と、現実の原子核の一体ポテンシャルにより近い (2.3) 式の「Nilsson ポテンシャル」を用いたもので議論される。そこで、以上の議論を踏まえて、有効相互作用の結合定数 $\chi_{\lambda K}$ は以下のように設定する。

1. 調和振動子ポテンシャルの場合には、坂本・岸本の理論と整合しているので、(2.22) 式の値をそのまま用いる。
2. Nilsson ポテンシャルの場合には、

$$\chi_{\lambda K} = f_{\lambda} \cdot \chi_{\lambda K}^{\text{HO}}, \quad (2.23)$$

として、パラメータ f_{λ} を実験データとの比較など、何らかの要請から決める。本論文で扱う八重極モード ($\lambda = 3$) に関しては、中重核領域の偶々核における $I^{\pi} = 3^{-}$ 状態の励起エネルギー・ $B(E3; 0_{\text{g.s.}}^{+} \rightarrow 3^{-})$ を後で述べる乱雑位相近似の方法で計算し、実験値との系統的な比較から決定した。その結果、

$$f_3 = 1.07, \quad (2.24)$$

の値で実験値をかなり良く再現できることが分かった。本論文の後半で議論する超変形核 ^{193}Hg に関する計算では $f_3 = 1.08$ を、 ^{152}Dy では $f_3 = 1.07$ を用いている。

III 節の調和振動子ポテンシャルにおける計算では、ここで述べたアイソスカラー八重極相互作用のみを考慮するが、後半の現実的な計算においては、この他に、アイソベクトル型の相関も考慮し、 $\lambda = 1, 3$ のモードを計算に取り入れている。

$$\delta H_{\text{int}}^{T=1} = -\frac{1}{2} \sum_{\lambda=1,3;K} \chi_{\lambda K}^{T=1} (\tau_3 \hat{Q}_{\lambda K})^{\prime\prime\prime\dagger} (\tau_3 \hat{Q}_{\lambda K})^{\prime\prime\prime} \quad (2.25)$$

ここでも多重極演算子はダブル・ストレッチ座標で定義されている。このアイソベクトル型の相互作用の結合定数は、

$$\chi_{1K}^{T=1} = -M\omega_0^2 \frac{\pi V_1}{\langle (r'')^2 \rangle}, \quad (2.26)$$

$$\chi_{3K}^{T=1} = -0.5 \chi_{3K}^{T=0}, \quad (2.27)$$

を用いる ($V_1 = 140 \text{ MeV}$) [18,19]。この値にももちろん不定性はあるが、低励起モードを問題にする限り、これらの結合定数に対する結果の依存性は非常に弱い。

D. 自己無撞着集団振動運動

原子核の素励起モード⁷のなかで、低励起集団運動として特に重要なものとして「回転」と「振動」があげられる。前者は今、クランキングの処方で回転系に移ることで内部ハミ

⁷「素励起モード」とは、平均場周りのゆらぎを指し、異なるモードはお互い近似的に独立と考えられる。したがって、異なるモード間の相互作用は高次の補正と見なすことができ、後で述べる「粒子・振動結合」はその補正の一つである。

ルトニアンから分離されており、回転運動との相互作用はクランキング項 $-\hbar\omega_{\text{rot}}\hat{J}_1$ として(2.1)式に組み入れられている。そこで、内部励起としては後者の振動モードが中心となる。回転運動が平均場の対称性に依存したマクロな量でかなりよく記述されるのに対し、振動運動は、殻構造に強く依存するため、その内容を調べるためにはどうしても微視的な記述が必要とされる。巨大変形の新しい殻構造のもとで、どのような振動モードが現れるかを探ることは非常に興味を持たれるところであり、それを可能にする理論が次節で述べる「乱雑位相近似」である。さらに集団振動モードと独立粒子運動モードとの相互作用を記述するのが、その次に述べる「粒子・振動結合」である。この節では、そのような具体的な理論形式を述べる前に、簡単な模型を考えて、フェルミオン多体系である原子核の振動モードに関する理解を深めることにする。

ここで対象とするかなり重い原子核の基底状態は、平均場(殻模型)で良く近似でき、基本的に独立粒子運動に支配されている系である。このような系における集団振動モードは、前節でも述べた「自己無撞着性」を考慮することで理解される。すなわち、密度振動の結果生ずる平均場の振動が、粒子励起を引き起こし、またこの粒子励起が逆に密度振動を引き起こすため、両者が自己無撞着になるような集団振動が実現されると考えるわけである。

ここでは、完全に縮退した多数の2準粒子励起配位をもつ系において、場との結合から生まれる集団振動運動を考察する⁸。例としては、2準位模型で下の準位にフェルミオンが詰まっている状況や、対相関のある部分的に満たされた1準位模型などを思い浮かべて考えれば良い。これは現実の原子核と比べると、極端に簡単な模型であるが、独立粒子運動の自由度から集団振動運動が生まれるメカニズムの本質は備えている。振動励起の特徴は、そのボソンの性質であり、複数回繰り返し励起できることにあるため、原子核における振動のミクロな記述には、フェルミオン系からボソン(的)励起子をつくるが必要となる。そのためには励起の自由度が大きいことが必要であり、ここで考察する模型においても、独立な2準粒子励起の数は十分に大きな数であるとする⁹。

準粒子の真空 $|0\rangle$ 、2準粒子励起状態を $|\mu\rangle$ としたとき、 $|\mu\rangle$ の数が充分大きければ、その適当な線形結合 $\sum_{\mu} c_{\mu}|\mu\rangle$ はパウリ原理の影響が小さく、ボソンの性格を持つことが可能である。ここで一体演算子である振動場 \hat{Q} (ここでは簡単のため一種類のエルミート演算子とする)による励起を考えよう($\langle 0|\hat{Q}|0\rangle = 0$)。

$$\begin{aligned}\hat{Q}|0\rangle &= \sum_{\mu} |\mu\rangle \langle \mu|\hat{Q}|0\rangle, \\ &\equiv \alpha_0 c_0^{\dagger}|0\rangle.\end{aligned}\tag{2.28}$$

α_0 は規格化因子で、

$$\alpha_0^2 = \sum_{\mu} |\langle \mu|\hat{Q}|0\rangle|^2.\tag{2.29}$$

もし、 \hat{Q} が、多くの励起状態 $|\mu\rangle$ と真空 $|0\rangle$ との間に行列要素を持てば、こうして定義された c_0^{\dagger} はボソンの性格をもち、振動量子の生成演算子とみなすことができる。この振動励起を記述するハミルトニアンは、縮退した2準粒子励起のエネルギーを $\hbar\omega^{(0)}$ として、

⁸この節の議論は、Ref. [18]に従っている。

⁹原子核は有限系であるため、完全なボソンをつくることはできず、非調和性が必ず残る。したがって、より詳細な定量的議論にはモード・モード結合が不可欠となる。

$$H_0 = \hbar\omega^{(0)} c_0^\dagger c_0, \quad (2.30)$$

と書ける。振動の振幅 α とそれに共役な運動量 $\pi = D_0 \dot{\alpha}$ を用いれば、

$$H_0 = \frac{1}{2}(D_0)^{-1}\pi^2 + \frac{1}{2}C_0\alpha^2 - \frac{1}{2}\hbar\omega^{(0)}, \quad (2.31)$$

$$\omega^{(0)} = \left(\frac{C_0}{D_0}\right)^{1/2}. \quad (2.32)$$

α の規格化には、条件

$$\langle n=1|\alpha|0\rangle = \langle n=1|\hat{Q}|0\rangle = \alpha_0, \quad (2.33)$$

を用いる ($|n=1\rangle = c_0^\dagger|0\rangle$)。

さて、(2.20) 式のような分離型 2 体相互作用

$$\delta H = -\frac{1}{2}\chi\hat{Q}\hat{Q}, \quad (2.34)$$

から生ずる密度振動の振幅を α とすると、平均場ポテンシャルには、

$$\delta V = -\chi\alpha\hat{Q}, \quad (2.35)$$

の形の変動が引き起こされる

振動量子数 n で指定される状態空間の中で、 \hat{Q} と α が同じ行列要素を持つように要請すると、(2.34) 式は、

$$\delta H = -\frac{1}{2}\chi\alpha\alpha, \quad (2.36)$$

とも書け、全ハミルトニアンは、

$$H = H_0 + \delta H, \quad (2.37)$$

$$= \frac{1}{2}(D_0)^{-1}\pi^2 + \frac{1}{2}(C_0 - \chi)\alpha^2 - \frac{1}{2}\hbar\omega^{(0)}, \quad (2.38)$$

となり、復元力パラメータ C_0 を変化させる。したがって、ノーマル・モードの励起エネルギー $\hbar\omega$ は、

$$\omega = \left(\frac{C_0 - \chi}{D_0}\right)^{1/2}, \quad (2.39)$$

$$= \omega^{(0)} \left(1 - \frac{\chi}{C_0}\right)^{1/2}, \quad (2.40)$$

と与えられる。

(2.40) 式より、 $\chi < 0$ が斥力に対応し、励起エネルギーは 2 準粒子励起のエネルギー $\hbar\omega^{(0)}$ よりも大きくなる。一方で、 $\chi > 0$ は引力で、密度変化を助長し、 $\hbar\omega < \hbar\omega^{(0)}$ となる。核子間の引力相関が強くなる ($\chi \rightarrow$ 大) と、励起エネルギーは小さくなり、 $\chi > C_0$ では、 $\alpha = 0$ の状態が不安定となるため、新たな平均場の形成 ($\alpha \neq 0$) が要求される。これを図式的に表

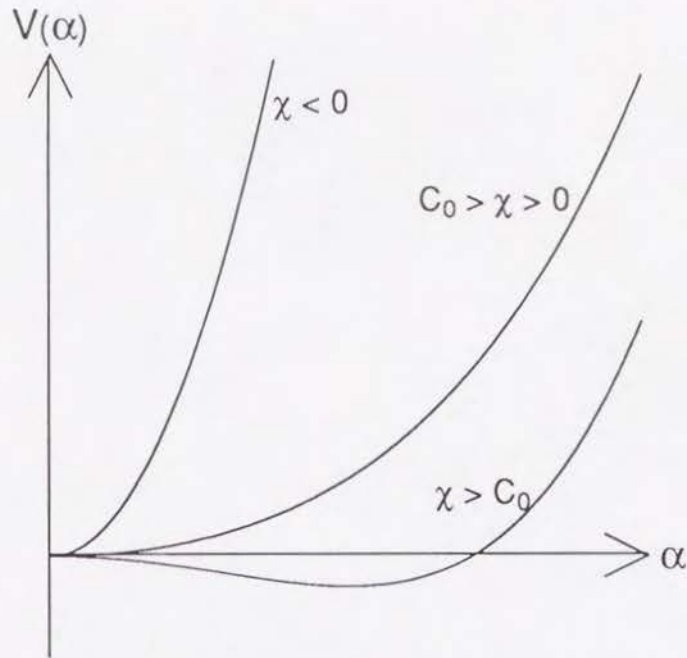


FIG. 1. ポテンシャル・エネルギー曲線。変形パラメータ α の関数として示されており、3本の曲線は、それぞれ異なった結合定数の値 χ に対応する。

現すると、Fig. 1 のようになる。縦軸がポテンシャル・エネルギーに対応し、 $\chi > C_0$ では、形状相転移が起こり、演算子 \hat{Q} が真空期待値をもつ状態 $|\psi\rangle$ が、新たな平均場の真空となる。すなわち、自発的に対称性が破れる。

この節で述べた簡単な模型では、縮退した2準粒子励起配位を仮定したが、この仮定を取り除くと、次節で述べる乱雑位相近似に到達する。この理論は、集団的な励起のみではなく、非集団的な2準粒子励起をも同時に記述することが可能であり、原子核の殻構造に伴う素励起モードの研究に際し、有力な手段となる。

E. 乱雑位相近似 (RPA)

本論文では、平均場に組み込まれない核子相関を、集団運動が微小振幅であるときに正当化される、乱雑位相近似 (RPA) で取り入れる。角速度 $\omega_{\text{rot}} = 0$ では、対称軸方向の量子数 K が良い量子数となるため、RPA の解も K -量子数 で分類することが可能であるが、 $\omega_{\text{rot}} \neq 0$ の回転系においては不可能となる。そこで、ここではシグネチャー量子数 ($r = \exp(-i\pi\alpha)$) で分類する方法をとる。

相互作用としては、(2.20) 式のような分離可能なものを仮定し、以下のように書き換える¹⁰。

¹⁰ \hat{R}_ρ^α は、アイソスカラー・アイソベクトルの双方を含む。

$$\delta H_{\text{int}} = -\frac{1}{2} \sum_{\rho, \alpha} \chi_{\rho} \hat{R}_{\rho}^{\alpha} \hat{R}_{\rho}^{\alpha} . \quad (2.41)$$

ここで、 $\alpha = (0, 1)$ で、 \hat{R}_{ρ}^{α} は一体のエルミート演算子であり、3-軸量子化の多重極演算子を $\pm K$ で線形結合をとって、シグネチャー量子数 α の良い演算子に組み変えたものである。本論文で興味のある負パリティ励起モード ($\lambda = 1, 3$) に関しては、

$$\hat{Q}_{\lambda K}^{\alpha} = \frac{1}{\sqrt{2(1 + \delta_{K0})}} r^{\lambda} (Y_{\lambda K} - (-)^{\alpha} Y_{\lambda -K}) , \quad \text{for } \alpha = 0, 1 , \quad (2.42)$$

を用いて、

$$\hat{R}_{\rho}^{\alpha} = \begin{cases} \hat{Q}_{\lambda K}^{\alpha} , & \text{for } \alpha + K = \text{odd} , \\ i\hat{Q}_{\lambda K}^{\alpha} , & \text{for } \alpha + K = \text{even} , \end{cases} \quad (2.43)$$

で定義される。 \hat{R}_{ρ}^{α} としては、RPA で扱う限り、 $a_{\mu}^{\dagger} a_{\nu}$ のような散乱項を無視することができる¹¹。

$$\hat{R}_{\rho}^0 = \sum_{\mu\bar{\nu}} \left\{ R_{\rho}^0(\mu\bar{\nu}) a_{\mu}^{\dagger} a_{\bar{\nu}}^{\dagger} + R_{\rho}^{0*}(\mu\bar{\nu}) a_{\bar{\nu}} a_{\mu} \right\} + \text{scattering terms} , \quad (2.44)$$

$$\hat{R}_{\rho}^1 = \sum_{\mu<\nu}'' \left\{ R_{\rho}^1(\mu\nu) a_{\mu}^{\dagger} a_{\nu}^{\dagger} + R_{\rho}^{1*}(\mu\nu) a_{\nu} a_{\mu} \right\} + \text{scattering terms} . \quad (2.45)$$

$\sum_{\mu<\nu}''$ は $(\mu\nu)$ と同時に $(\bar{\mu}\bar{\nu})$ についても和をとることを意味している。

シグネチャー α の RPA ノーマル・モードの生成演算子を $X_n^{\alpha\dagger}$ とすると、

$$X_n^{0\dagger} = \sum_{\mu\bar{\nu}} \left\{ \psi_n^0(\mu\bar{\nu}) a_{\mu}^{\dagger} a_{\bar{\nu}}^{\dagger} + \varphi_n^0(\mu\bar{\nu}) a_{\bar{\nu}} a_{\mu} \right\} , \quad (2.46)$$

$$X_n^{1\dagger} = \sum_{\mu<\nu}'' \left\{ \psi_n^1(\mu\nu) a_{\mu}^{\dagger} a_{\nu}^{\dagger} + \varphi_n^1(\mu\nu) a_{\nu} a_{\mu} \right\} . \quad (2.47)$$

RPA 運動方程式とノーマル・モードの規格化条件

$$[h_{\text{crank}} + \delta H_{\text{int}}, X_n^{\alpha\dagger}]_{\text{RPA}} = \hbar\omega_n X_n^{\alpha\dagger} , \quad (2.48)$$

$$[X_n^{\alpha}, X_{n'}^{\alpha'\dagger}]_{\text{RPA}} = \delta_{nn'} \delta_{\alpha\alpha'} , \quad (2.49)$$

を解くには、各シグネチャー毎に、計算に取り入れたモードの数 (ρ の数) と同じだけの次数の行列

$$S_{\rho\rho'}^0(\omega) = \sum_{\mu\bar{\nu}} \left\{ \frac{R_{\rho}^{0*}(\mu\bar{\nu}) R_{\rho'}^0(\mu\bar{\nu})}{E_{\mu} + E_{\bar{\nu}} - \hbar\omega} + \frac{R_{\rho}^0(\mu\bar{\nu}) R_{\rho'}^{0*}(\mu\bar{\nu})}{E_{\mu} + E_{\bar{\nu}} + \hbar\omega} \right\} , \quad (2.50)$$

$$S_{\rho\rho'}^1(\omega) = \sum_{\mu<\nu}'' \left\{ \frac{R_{\rho}^{1*}(\mu\nu) R_{\rho'}^1(\mu\nu)}{E_{\mu} + E_{\nu} - \hbar\omega} + \frac{R_{\rho}^1(\mu\nu) R_{\rho'}^{1*}(\mu\nu)}{E_{\mu} + E_{\nu} + \hbar\omega} \right\} , \quad (2.51)$$

¹¹ 以下に現れる交換子 $[,]_{\text{RPA}}$ は交換子を取った際に、このような散乱項を落すことを意味している。

を求める必要がある。 $t_\rho^\alpha \equiv [R_\rho^\alpha, X_n^{\alpha\dagger}]_{\text{RPA}}$ と定義すると、運動方程式 (2.48) 式から、

$$t_\rho^\alpha = \sum_{\rho'} \chi_\rho^\alpha S_{\rho\rho'}^\alpha(\omega) t_{\rho'}^\alpha. \quad (2.52)$$

が得られる。この方程式が自明でない解 ($t_\rho^\alpha \neq 0$) をもつための条件から、励起エネルギー $\hbar\omega_n$ を求める分散方程式、

$$\det \left(S_{\rho\rho'}^\alpha(\omega) - \frac{1}{\chi_\rho} \delta_{\rho\rho'} \right) = 0, \quad (2.53)$$

が得られる。前方・後方振幅 ($\psi_n^\alpha, \varphi_n^\alpha$) は、

$$\psi_n^0(\mu\bar{\nu}) = \frac{\sum_\rho \chi_\rho^0 t_\rho^0 R_\rho^0(\mu\bar{\nu})}{E_\mu + E_{\bar{\nu}} - \hbar\omega}, \quad \varphi_n^0(\mu\bar{\nu}) = \frac{\sum_\rho \chi_\rho^0 t_\rho^0 R_\rho^{0*}(\mu\bar{\nu})}{E_\mu + E_{\bar{\nu}} + \hbar\omega}, \quad (2.54)$$

$$\psi_n^1(\mu\nu) = \frac{\sum_\rho \chi_\rho^1 t_\rho^1 R_\rho^1(\mu\nu)}{E_\mu + E_\nu - \hbar\omega}, \quad \varphi_n^1(\mu\nu) = \frac{\sum_\rho \chi_\rho^1 t_\rho^1 R_\rho^{1*}(\mu\nu)}{E_\mu + E_\nu + \hbar\omega}, \quad (2.55)$$

と、規格化条件 (2.49) 式から求められる。各ノーマル・モードの状態 $|n^\alpha\rangle$ は、この前方・後方振幅 ($\psi_n^\alpha, \varphi_n^\alpha$) によって特徴付けられ、任意の物理量 \hat{F} の期待値 $\langle n|\hat{F}|n\rangle$ や遷移行列要素 $\langle n|\hat{F}|n'\rangle$ が計算できる。特に、基底状態 $|0\rangle$ と励起状態 $|n^\alpha\rangle$ の間の、1 体演算子 \hat{F} の遷移行列要素は、 \hat{F} を $\alpha = 0$ と $\alpha = 1$ の部分に、 $\hat{F} = \hat{F}^0 + \hat{F}^1$ と分解しておけば以下のようになる。

$$\langle n^\alpha|\hat{F}|0\rangle = [X_n^\alpha, \hat{F}^\alpha]_{\text{RPA}}, \quad (2.56)$$

$$= \begin{cases} \sum_{\mu\bar{\nu}} \{ \psi_n^{0*}(\mu\bar{\nu}) F^0(\mu\bar{\nu}) - \varphi_n^{0*}(\mu\bar{\nu}) F^{0*}(\mu\bar{\nu}) \}, & \text{for } \alpha = 0, \\ \sum_{\mu<\nu} \{ \psi_n^{1*}(\mu\nu) F^1(\mu\nu) - \varphi_n^{1*}(\mu\nu) F^{1*}(\mu\nu) \}, & \text{for } \alpha = 1. \end{cases} \quad (2.57)$$

ここで、

$$\hat{F}^0 = \sum_{\mu\bar{\nu}} \{ F^0(\mu\bar{\nu}) a_\mu^\dagger a_{\bar{\nu}}^\dagger + F^{0*}(\mu\bar{\nu}) a_{\bar{\nu}} a_\mu \} + \text{scattering terms}, \quad (2.58)$$

$$\hat{F}^1 = \sum_{\mu<\nu} \{ F^1(\mu\nu) a_\mu^\dagger a_\nu^\dagger + F^{1*}(\mu\nu) a_\nu a_\mu \} + \text{scattering terms}. \quad (2.59)$$

F. 準粒子・振動結合

原子核における密度とポテンシャルの自己無撞着な関係は、必然的に、集団振動運動に伴う平均場ポテンシャルの変動を通して、振動運動モードと独立粒子運動モードとの結合をもたらす。また逆に、この結合が、前に述べた独立粒子自由度による集団振動運動の自己無撞着な記述を与えてくれる。本節では、乱雑位相近似では無視した、振動場 \hat{R}_ρ^α の散乱項 ($a_\mu^\dagger a_\nu$) による結合を考察する。この結合は、奇 A 核の準粒子励起を問題にすると、非常に重要な寄与をもたらす。

本論文の後半 (IV 節) において、奇 A 核である ^{193}Hg の超変形回転バンドを取り上げて、その励起スペクトルを理論的に解析する。このような奇 A 核における励起モードとしては、

前節で述べた RPA のノーマル・モードの他に、1 準粒子励起モードがあり、低エネルギーでは後者の励起モードが支配的と考えられる。低励起集団振動モードが存在する場合、この 1 準粒子励起モードと集団振動モードの相互作用は非常に重要で、この結合効果を準粒子励起モードに繰り込む必要がある。そこで本節では、八重極振動モードと準粒子励起モードの結合を、回転系において最低次で定式化し、数値計算を可能にする有効ハミルトニアンを構成する¹²。

分離型の 2 体相互作用 (2.20) 式からもたらされる振動場との結合、

$$\delta H_{\text{couple}} = - \sum_{\rho, \alpha} \chi_{\rho} \Gamma_{\rho}^{\alpha} \hat{R}_{\rho}^{\alpha}, \quad (2.60)$$

を考察する。ここでも、回転系での定式化を行なうため、シグネチャー量子数で各演算子を分類しておいた方が便利であり、右上の添字 α はシグネチャーを表している。 Γ_{ρ}^{α} は、振動モードの振幅を表し、RPA ノーマル・モード (振動モード) の生成または消滅演算子からなるもので、具体的な表式は後で与える。

奇 A 核の状態は、偶核の基底状態を $|\phi_0\rangle$ として、 $a_{\mu}^{\dagger}|\phi_0\rangle$ の形で与えられる。この 1 準粒子励起モードに集団振動の効果を繰り込むには、(2.60) 式に現れている 1 体演算子 \hat{R}_{ρ}^{α} の、乱雑位相近似のときに無視した散乱項 ($a_{\mu}^{\dagger}a_{\nu}$ 等) を考慮する必要がある。 \hat{R}_{ρ}^{α} の散乱項成分を書くと、

$$\hat{R}_{\rho}^{\alpha} = \begin{cases} \sum_{\mu < \nu}'' \left\{ R_{\rho}^0(\mu\nu) a_{\mu}^{\dagger} a_{\nu} + R_{\rho}^{0*}(\mu\nu) a_{\nu}^{\dagger} a_{\mu} \right\}, & \text{for } \alpha = 0, \\ \sum_{\mu\bar{\nu}} \left\{ R_{\rho}^1(\mu\bar{\nu}) a_{\mu}^{\dagger} a_{\bar{\nu}} + R_{\rho}^{1*}(\mu\bar{\nu}) a_{\bar{\nu}}^{\dagger} a_{\mu} \right\}, & \text{for } \alpha = 1. \end{cases} \quad (2.61)$$

また、 Γ_{ρ}^{α} を具体的に書き表すと、

$$\Gamma_{\rho}^{\alpha} = \sum_n \left\{ \left[X_n^{\alpha}, \hat{R}_{\rho}^{\alpha} \right]_{\text{RPA}} X_n^{\alpha\dagger} + \left[\hat{R}_{\rho}^{\alpha}, X_n^{\alpha\dagger} \right]_{\text{RPA}} X_n^{\alpha} \right\}. \quad (2.62)$$

ここで、($X_n^{\alpha\dagger}, X_n^{\alpha}$) は、(2.46)、(2.47) 式で定義される RPA ノーマル・モードの生成・消滅演算子であり、ここに現れる交換子は、散乱項を無視したもので、(2.57) 式のように c 数となる。

これらを使って準粒子励起と集団振動励起との結合ハミルトニアンを書き下すと以下の通りである。

$$\begin{aligned} \delta H_{\text{couple}} = & \sum_n \sum_{\mu < \nu}'' \left\{ \gamma_n^0(\mu\nu) X_n^{0\dagger} a_{\mu}^{\dagger} a_{\nu} + \gamma_n^0(\nu\mu) X_n^{0\dagger} a_{\nu}^{\dagger} a_{\mu} \right\} + \text{h.c.} \\ & + \sum_n \sum_{\mu\bar{\nu}} \left\{ \gamma_n^1(\mu\bar{\nu}) X_n^{1\dagger} a_{\mu}^{\dagger} a_{\bar{\nu}} + \gamma_n^1(\bar{\nu}\mu) X_n^{1\dagger} a_{\bar{\nu}}^{\dagger} a_{\mu} \right\} + \text{h.c.} \end{aligned} \quad (2.63)$$

ここで、係数 γ_n^{α} は、

$$\gamma_n^0(\mu\nu) = - \sum_{\rho} \chi_{\rho} t_{\rho}^{0*} R_{\rho}^0(\mu\nu),$$

¹² γ -振動に関して、同様の理論が松崎・清水・松柳によって展開されている ([20])。

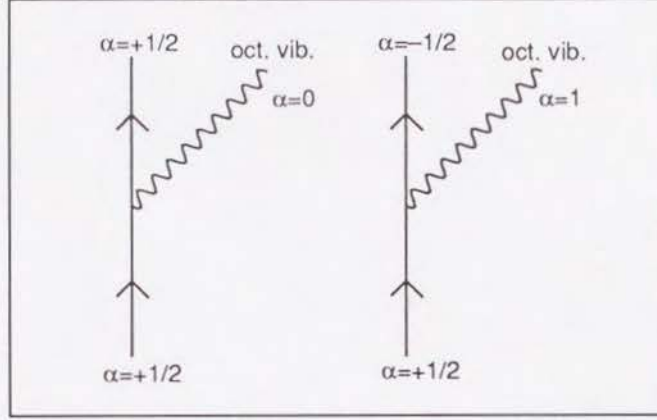


FIG. 2. 準粒子 (直線) と八重極振動 (波線) の結合を表す基本的なダイアグラム。ここに示した図は、振動モードの生成を伴う結合のみを示しており、この時間反転に対応する振動モードの消滅を伴う結合も存在する。

$$\begin{aligned}\gamma_n^0(\nu\mu) &= -\sum_{\rho} \chi_{\rho} t_{\rho}^{0*} R_{\rho}^{0*}(\mu\nu), \\ \gamma_n^1(\mu\bar{\nu}) &= -\sum_{\rho} \chi_{\rho} t_{\rho}^{1*} R_{\rho}^1(\mu\bar{\nu}), \\ \gamma_n^1(\bar{\nu}\mu) &= -\sum_{\rho} \chi_{\rho} t_{\rho}^{1*} R_{\rho}^{1*}(\mu\bar{\nu}),\end{aligned}\tag{2.64}$$

$$t_{\rho}^{\alpha} \equiv [R_{\rho}^{\alpha}, X_n^{\alpha\dagger}]_{\text{RPA}},\tag{2.65}$$

である。この結合ハミルトニアンは、準粒子の散乱と、振動モードの生成または消滅を伴い、この効果をダイアグラムで描いたのが、Fig. 2 である。シグネチャー量子数はここでも保存しなければならないので、始状態と終状態の全シグネチャーは等しい。

ここで求めた結合ハミルトニアンを取り入れ、奇 A 核に対する有効ハミルトニアンを求めると、

$$H_{\text{odd}}^{\text{eff}} = h_{\text{crank}} + \delta H_{\text{int}},\tag{2.66}$$

$$= \text{const.} + \sum_{\mu} E_{\mu} a_{\mu}^{\dagger} a_{\mu} + \sum_{\bar{\mu}} E_{\bar{\mu}} a_{\bar{\mu}}^{\dagger} a_{\bar{\mu}} + \sum_{n\alpha} \hbar\omega_n^{\alpha} X_n^{\alpha\dagger} X_n^{\alpha} + \delta H_{\text{couple}},\tag{2.67}$$

となる。もちろん実際には、さらに高次の結合効果も存在するが、本論文ではここまでの、最低次でのみ準粒子・振動結合の効果を考慮することにする。このハミルトニアンを空間 $\{a_{\mu}^{\dagger}|0\rangle, a_{\mu}^{\dagger} X_n^{\dagger}|0\rangle, a_{\mu}^{\dagger} X_n^{\dagger} X_{n'}^{\dagger}|0\rangle, \dots\}$ の中で対角化することによって、集団振動モードの効果を繰り込んだ準粒子励起モード ($\tilde{a}_{\sigma}^{\dagger}, \tilde{a}_{\sigma}^{\dagger}$) が得られる。

$$\begin{aligned}\tilde{a}_{\sigma}^{\dagger}|0\rangle &= \sum_{\mu} C_0^{\sigma}(\mu) a_{\mu}^{\dagger}|0\rangle \\ &+ \sum_{\nu n} C_1^{\sigma}(\nu n) a_{\nu}^{\dagger} X_n^{0\dagger}|0\rangle + \sum_{\bar{\nu} n} C_1^{\sigma}(\bar{\nu} n) a_{\bar{\nu}}^{\dagger} X_n^{1\dagger}|0\rangle\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \cdots, \\
\tilde{a}_\sigma^\dagger |0\rangle &= \sum_{\bar{\mu}} C_0^\sigma(\bar{\mu}) a_{\bar{\mu}}^\dagger |0\rangle \\
& + \sum_{\bar{\nu}n} C_1^\sigma(\bar{\nu}n) a_{\bar{\nu}}^\dagger X_n^{0\dagger} |0\rangle + \sum_{\nu n} C_1^\sigma(\nu n) a_\nu^\dagger X_n^{1\dagger} |0\rangle \\
& + \cdots.
\end{aligned} \tag{2.68}$$

$$\tag{2.69}$$

この対角化の操作で、状態ベクトルと同時に繰り込まれた準粒子エネルギー ($\tilde{E}_\sigma, \tilde{E}_{\bar{\sigma}}$) も求められることになる。

粒子・振動結合から帰結される主な影響として、電磁遷移の偏極効果等があげられるが、本論文では、集団振動モードの繰り込みによる状態ベクトルの変化と、そのエネルギー $\tilde{E}_\sigma(\omega_{\text{rot}})$ の角速度依存性のみを議論するため、ここでは特に取り上げない。また、実際の数値計算においては、対角化の空間 $\{a_\mu^\dagger |0\rangle, a_\mu^\dagger X_n^\dagger |0\rangle, a_\mu^\dagger X_n^\dagger X_{n'}^\dagger |0\rangle, \dots\}$ を適当な大きさに制限するわけであるが、我々の主たる興味は、低励起の準粒子励起モードにあるため、励起エネルギーの大きなものは無視しても結果にはほとんど影響がない。

III. 超変形 ($\omega_{\perp} : \omega_3 = 2 : 1$) 調和振動子ポテンシャルの分析

本節では、超変形状態の殻構造を端的に表現した、長軸・短軸比 2:1 の調和振動子ポテンシャルにおける八重極振動の性質を乱雑位相近似を用いて解析する。言うまでもなく、調和振動子ポテンシャルは現実の原子核のポテンシャルをシミュレートするには簡単過ぎるが、超変形ポテンシャルの主な特徴を理解するには非常に有益であると考ええる。

計算に取り入れた 2 体相互作用は、アイソスカラーの八重極モードのみで、結合定数 χ_{3K} としては、II-C 節で述べた理論値をそのまま採用した。図に示した励起エネルギーの単位には、 $\hbar\omega_3$ を用いており、この絶対値は核子数に依存している。 $N = Z = 80$ のシステムで、これを MeV に換算すると、 $\hbar\omega_3 \approx 4.8\text{MeV}$ である。また、ここで示す結果はすべて角速度 $\omega_{\text{rot}} = 0$ のものである。

A. 超変形 ($\omega_{\perp} : \omega_3 \approx 2 : 1$) 状態における閉殻 (closed shell) 配位と八重極振動

まず、 $\omega_{\perp} : \omega_3 = 2 : 1$ の軸対称調和振動子ポテンシャルの殻構造の理解に役立つ殻量子数 N_{sh} を導入しよう。

$$N_{\text{sh}} = 2n_{\perp} + n_3 \quad (3.1)$$

ここで、 $n_{\perp} = n_1 + n_2$ は対称軸 (3-軸) に垂直な振動量子数を示す。この殻量子数を用いると、ポテンシャル中の一粒子準位は、 $e = \hbar\omega_3(N_{\text{sh}} + 5/2)$ で与えられ、同じ殻量子数 N_{sh} をもつ準位が一つの主殻を構成する。本節では、 $(N_{\text{sh}})_{\text{max}} = N_F$ の主殻まで粒子の詰まった閉殻配位を考察することにする。

調和振動子ポテンシャルの平衡変形は、良く知られた条件 [21]、

$$\omega_1^2 \langle \sum_{k=1}^A (x_1^2)_k \rangle_0 = \omega_2^2 \langle \sum_{k=1}^A (x_2^2)_k \rangle_0 = \omega_3^2 \langle \sum_{k=1}^A (x_3^2)_k \rangle_0, \quad (3.2)$$

から決められる。Appendix にある公式を用いると、

$$\frac{\omega_{\perp}}{\omega_3} = \frac{\langle \sum_{k=1}^A (\hat{n}_3 + \frac{1}{2})_k \rangle_0}{\langle \sum_{k=1}^A (\hat{n}_1 + \frac{1}{2})_k \rangle_0} = \begin{cases} 2, & \text{for odd-}N_F, \\ 2 \frac{N_F^2 + 6N_F + 6}{N_F^2 + 6N_F + 12}, & \text{for even-}N_F, \end{cases} \quad (3.3)$$

が得られる。 N_F が偶数のときには、僅かに 2:1 よりも小さな変形が平衡変形となり、同じ N_{sh} をもつ準位同士も完全には縮退しないが、 N_{sh} で特徴づけられる殻構造は残る。

ここで得られた平衡変形の違いは、2:1 調和振動子ポテンシャルのもつ超殻 (super-shell) 構造 [18,22] と関連している。すなわち、殻量子数 N_{sh} を、

$$N_{\text{sh}} = 2n + p \quad (n = 0, 1, 2, \dots; p = 0, 1), \quad (3.4)$$

と書き直し、 $\omega_{\perp} : \omega_3 = 2 : 1$ の調和振動子を、異なる内部量子数 p をもつ、振動数 $2\omega_3$ の球形調和振動子 2 つの重ね合わせとみなすことができる。そのため、 N_F が奇数の閉殻配位は、 $p = 0$ と $p = 1$ の双方の球形調和振動子に同数の粒子が詰まった状態と見なせ、 N_F が偶数の閉殻配位は、 $p = 0$ の調和振動子により多い粒子が詰まった配位と見なすことができる。この違いは、閉殻配位上の八重極振動の性質に面白い差異をもたらす [23]。

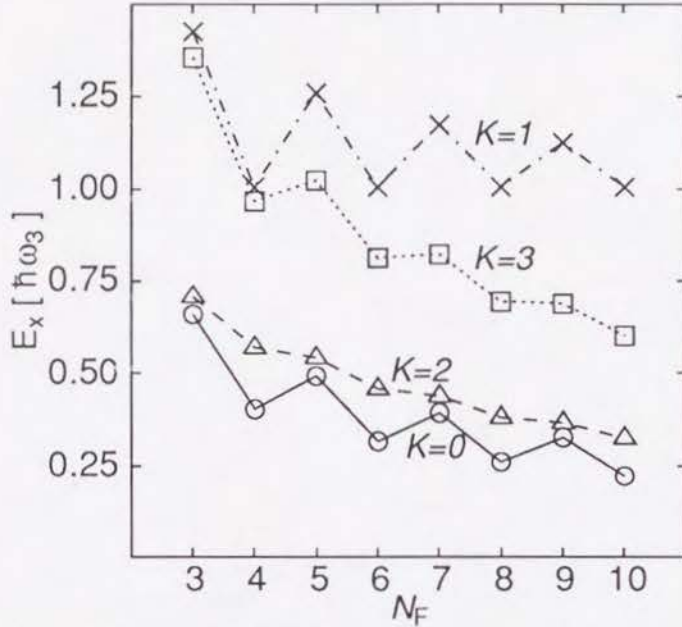


FIG. 3. 2重閉殻配位 ($N = Z$) 上に形成される最低励起八重極振動 ($K = 0, 1, 2, 3$) のRPA 励起エネルギーを、 N_F の関数としてプロット。励起エネルギーは $\hbar\omega_3$ を単位として示されている。

Fig. 3 が特定の K -量子数をもつ最低励起の八重極振動のエネルギーを示している。横軸の $N_F = 3, \dots, 10$ は、粒子数 $N = Z = 16, 28, 40, 60, 80, 110, 140$ に対応する。 $K = 2$ を除いて、 N_F の偶奇に依存して、ギザギザの構造が見られることがわかる。つまり、 N_F 偶数の場合が常に N_F 奇数の場合よりも励起エネルギーが小さい。このことは、 N_F 偶数の閉殻配位が、より八重極変形に対してソフトであることを示している。最近、在田・松柳によって、この現象に関して、半古典的な解析による興味深い研究が進められている [24]。

B. 開殻 (open shell) 配位における低励起八重極振動 ($K = 1$ モード)

この節では、有限の対ギャップ Δ をもつ開殻配位において、非常に集団性の高い、 $K = 1$ の量子数をもつ低励起八重極振動が現れることを示す。

$K = 1$ の八重極演算子 Q_{31} は、3軸方向の振動量子を2つ生成し、それに垂直な振動量子を1つ消滅させることが可能で、この遷移の励起エネルギー、 $2\hbar\omega_3 - \hbar\omega_\perp$ は、 $\omega_\perp = 2\omega_3$ の超変形状態において、0となる (Appendix 参照)。すなわち、これは同一主殻内の遷移を意味し、閉殻配位においては、パウリ原理によって禁止されていた励起モードである。閉殻の外(内)にいくつか粒子(空孔)が存在するときには、この励起が可能となり、この0エネルギー励起に起因した、新しいタイプの集団運動が形成されることが期待される。このモードは、異パリティ準位が同一主殻内に縮退するという、超変形状態の特徴を、最も強く反映したモードといえる。また、開殻配位においては、バレンス粒子(空孔)間の対相関が重要な役割を果たすことが良く知られているが、ここで取り上げる $K = 1$ の八重極振動モードも、この対相関に強く依存することが期待され、球形近傍の四重極振動モードと良く似た

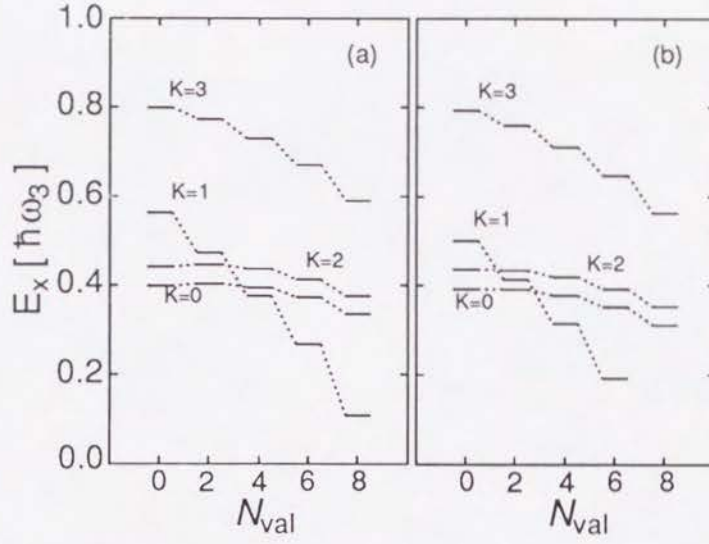


FIG. 4. 低励起八重極振動の励起エネルギー (単位 $\hbar\omega_3$) を、バレンス中性子の数 N_{val} の関数としてプロット。 $Z = 82$, $N = 80, 80+2, \dots, 80+8$ で計算されている (80 が魔法数)。 (a) と (b) では、わずかに違う対相関強度 G を用いて計算している。 (a) の場合は、陽子の対ギャップ $\Delta_p = 0.17\hbar\omega_3$ であり、中性子ギャップは $N_{\text{val}} = 0, 2, 4, 6, 8$ に対して、 $\Delta_n = 0.0, 0.17, 0.22, 0.25, 0.28\hbar\omega_3$ である。 (b) の場合は、 $\Delta_p = 0.15\hbar\omega_3$, $\Delta_n = 0.0, 0.15, 0.2, 0.23, 0.25\hbar\omega_3$ である。

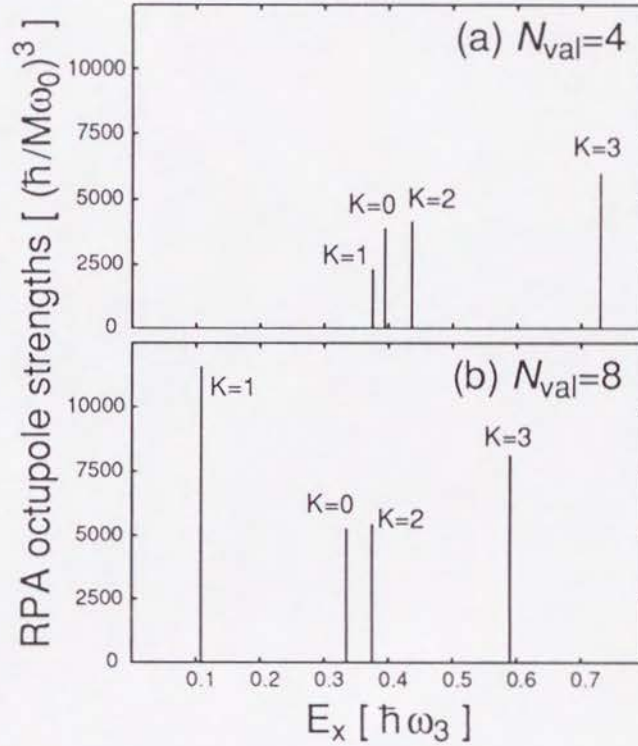


FIG. 5. Fig. 4(a) に示した励起エネルギーをもつ八重極振動モードのもつ遷移強度 $|\langle n|Q''_{3K}|0\rangle|^2$ 。 $N_{\text{val}} = 4$ と 8 の場合についてのみ示す。縦軸の単位は、 $(\hbar/M\omega_0)^3$ 。

性格をもつことが予想される。

上で述べた可能性を調べるために、ここでは、バレンス粒子間の単極型対相関力を導入し、BCS 理論で平均場に対場として取り入れる ((2.2)、(2.15) 式)。平衡変形は、開殻配位においてわずかに $\omega_1 : \omega_3 = 2 : 1$ からずれることが予想されるが、ここでは簡単のため $2 : 1$ とし、2 体相互作用 ($Q_{3K}^+ Q_{3K}^-$) の結合定数 χ_{3K} も閉殻配位 ($N = Z = 80$) で決定した値をそのまま用いることにする。

Fig. 4 が RPA 計算の結果を示している。 $Z = 82$ 、 $N = 80 + N_{\text{val}}$ の開殻配位を考察したもので、バレンス中性子数 N_{val} の関数として、 $K = 0, 1, 2, 3$ をもつ最低励起の八重極振動状態の励起エネルギーをプロットしたものである。 N_{val} の増加に伴って、 $K = 1$ のモードが著しくその励起エネルギーを下げていく。これは、上で予想した通りの結果であり、 $K = 1$ のモードがバレンス粒子間の相関から生まれるという事実から、容易に理解できる。また、この $K = 1$ モードの性質は対相関に強く依存する。例えば、対相関力の強度 G を 10% 小さくすると、Fig. 4(a) から (b) になり、励起エネルギーはさらに下がって、 $N_{\text{val}} = 8$ では、RPA の実数解は得られない。これは $K = 1$ の八重極変形に対する平均場の不安定性を示している。つまり、Fig. 1 の横軸を $K = 1$ の八重極変形度 β_{31} としたときに、 $\chi > C_0$ の状況が実現されているわけで、真空が反転対称性及び軸対称性を破り、バナナ型変形の基底状態が実現することを示している [18]。このことは、遷移領域核の、球形から四重極変形への遷移に類似した現象といえる。

また、Fig. 5 に、各状態に対するダブル・ストレッチ八重極強度 $|\langle n | Q_{3K}^+ | 0 \rangle|^2$ を示す。この図から、 $K = 1$ モードの強度が、 N_{val} の増加とともに大きくなっていることがわかり、集団性が成長していることが理解できる。

C. 奇 A 核における準粒子・八重極振動結合

本節では、開殻配位の奇 A 核における準粒子励起モードが、前節で議論した $K = 1$ 八重極振動との結合効果によって、大きな変更を受けることを示す。

II-F 節で述べた理論に従った計算を実施する。調和振動子ポテンシャルの場合、同一主殻内の準位同士を結合させるモードは $K = 1$ モードなので、このモードが最も強い結合効果をもたらすことが期待される。有効ハミルトニアン (2.67) 式の対角化の際の空間としては、 $\{a_\mu^\dagger | 0 \rangle, a_\mu^\dagger X_n^\dagger | 0 \rangle, a_\mu^\dagger X_n^\dagger X_n^\dagger | 0 \rangle\}$ の 2-phonon 状態まで取り入れる。したがって、繰り込まれた準粒子状態は、

$$\begin{aligned} \tilde{a}_\sigma^\dagger | 0 \rangle &= \sum_\mu C_0(\mu) a_\mu^\dagger | 0 \rangle \\ &+ \sum_{\nu n} C_1(\nu n) a_\nu^\dagger X_n^\dagger | 0 \rangle \\ &+ \sum_{\nu' n' n''} C_2(\nu' n' n'') \frac{1}{\sqrt{1 + \delta_{n' n''}}} a_{\nu'}^\dagger X_{n'}^\dagger X_{n''}^\dagger | 0 \rangle. \end{aligned} \quad (3.5)$$

ここでは、 $a_\mu^\dagger (X_n^\dagger)$ 等は シグネチャー $\alpha = \pm 1/2(0, 1)$ 双方を含むものとする。

典型的な結果を示したのが、Fig. 6 である。(a) が準粒子状態 $\tilde{a}_\sigma^\dagger | 0 \rangle$ を構成している 0-、1-、2-phonon 状態の比率 $\sum_\mu |C_0(\mu)|^2$ 、 $\sum_{\nu n} |C_1(\nu n)|^2$ 、 $\sum_{\nu' n' n''} |C_2(\nu' n' n'')|^2$ を表している。(b) は八重極振動状態の励起エネルギーを示しており、ここでは特に $K = 1$ モードに注目してもらいたい。横軸は対ギャップ Δ であり、対相関に対する依存性を示している。準粒子状態への 1-phonon、2-phonon 状態の混ざりは大きく、特に $K = 1$ 八重極振動の励起エ

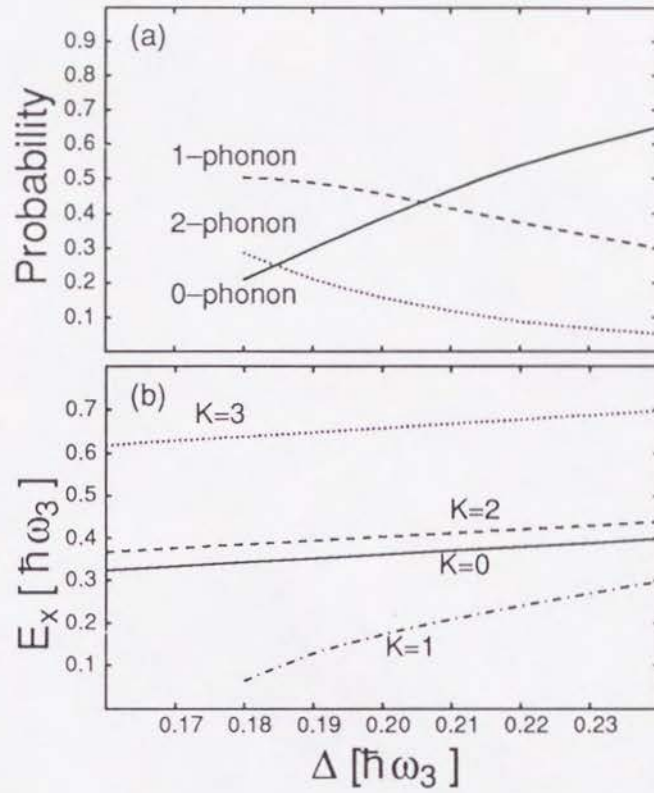


FIG. 6. (a) 有効ハミルトニアン $H_{\text{odd}}^{\text{eff}}$ の固有状態に混ざっている 0-(実線)、1-(破線)、2-phonon(点線) 状態の確率と、その対ギャップ Δ 依存性。偶々核のコア ($N = Z = 84$) と、閉殻配位 ($N = Z = 80$) の外の $N_{\text{sh}} = 8$ 殻にある奇準粒子からなる奇 A 核のシステムを対象にして計算したもの。(b) $N = Z = 84$ のシステムにおいて、対ギャップ $\Delta (= \Delta_p = \Delta_n)$ をパラメータとした、RPA 励起エネルギー。 $K = 1$ モードは、 $\Delta \approx 0.17\hbar\omega_3$ で、変形に対して不安定となる。

エネルギーが小さくなる時 (Δ が小さいとき) に著しい。これは、奇 A 核における 1 準粒子励起モードの性質が、八重極振動の影響を強く受け、大きな変更を迫られることを示している。また、この結果は対ギャップ Δ の大きさにかかなり強く依存する。この結果から、奇 A 超変形核のイラスト近傍の励起スペクトルは、対相関と八重極相関の双方に強く依存していることが示唆される。

IV. 超変形回転バンド¹⁹³Hg の分析

Daresbury 研究所における実験で、¹⁹³Hg に 4 つの超変形回転バンドが観測された [25]。この実験データは、それまでの実験には見られなかった興味深い事実をいくつか報告している。

1. 観測された 4 つのバンド (band 1 ~ 4) のうち、2 つのバンド (band 1 と band 4) の慣性性能率が特異な角速度依存性をもっており、 $\omega_{\text{rot}} \approx 0.27 \text{ MeV}/\hbar$ で互いに交差していると解釈できる。
2. 上記のバンド交差を、通常の平均場ポテンシャルに基づく一粒子準位の交差として Nilsson、Woods-Saxon ポテンシャルなどの理論計算と比較すると、1 準粒子準位 $[512 \ 5/2](\alpha = -1/2)$ と $[761 \ 3/2](\alpha = -1/2)$ の交差が理論からも得られるが、交差角速度・バンド間相互作用などは、実験よりはるかに小さい値しか得られない。
3. ひとつの超変形回転バンドから別の超変形回転バンドへの遷移が初めて観測された。

これらのうち、3 番目の事実に関しては、当初 E1 の電磁遷移の可能性が示唆されていたが [25]、その後の理論・実験双方の進展 ([26]–[30]) から、現在では M1 遷移が非常に有力視されている。

本論文では、1 と 2 の事実に焦点を合わせて理論解析を行なうことにする。これらの事実は、超変形核における八重極相関の重要性を示すもので、独立粒子運動だけの観点からでは説明できない現象である。

A. 準粒子励起モードにおける八重極集団振動の結合効果

II-F 節の議論に従って奇 A 核である超変形 ¹⁹³Hg の有効ハミルトニアンを構成するわけであるが、そのためには、まず偶核である超変形 ¹⁹²Hg のノーマル・モードを乱雑位相近似を用いて求めておく必要がある。この手続きは、II-E の議論に従う。

平均場の形状変形・対変形パラメータ $\delta_{\text{osc}} \cdot \Delta$ は、前に述べた Strutinsky 法で決定され、ここでは、角速度 $\omega_{\text{rot}} = 0$ で決められた $\delta_{\text{osc}} = 0.43$ 、 $\Delta_p = \Delta_n = 0.7 \text{ MeV}$ をすべての角速度に対して定数として用いることにするが、平均場の角速度依存性を考慮して計算しても、結果の本質的な部分に変更はない。

2 体相互作用 (2.41) 式の \hat{R}_p として、ここで考慮するモードは、

$$\hat{R}_p^0 = \hat{Q}_{31}^{0''}, i\hat{Q}_{32}^{0''}, \hat{Q}_{33}^{0''}, \tau_3\hat{Q}_{11}^{0''}, \quad (4.1)$$

$$\hat{R}_p^1 = \hat{Q}_{30}^{1''}, i\hat{Q}_{31}^{1''}, \hat{Q}_{32}^{1''}, i\hat{Q}_{33}^{1''}, \tau_3\hat{Q}_{10}^{1''}, i\tau_3\hat{Q}_{11}^{1''}. \quad (4.2)$$

である。“ $''$ ” はダブル・ストレッチ座標で定義されていることを表している。本質的な役割を果たすのは、 $\lambda = 3, T = 0$ のアイソスカラー八重極モードであるが、低励起状態の E1 遷移などに強い影響を及ぼす E1 巨大共鳴との結合効果を取り入れるため、アイソベクトル双極演算子も計算に取り入れる。計算に用いるモデル空間は、中性子に対して $N_{\text{osc}} = 2 \sim 10$ 、陽子に対して $N_{\text{osc}} = 1 \sim 9$ であり、ほとんどすべての八重極励起モードはこの空間の中に収まっている。

Fig. 7 が、超変形 ¹⁹²Hg における $\omega_{\text{rot}} = 0$ での八重極強度と励起エネルギーを示している。この図から、この核では $K = 2$ の八重極モードが最低の励起エネルギーをもち、集団

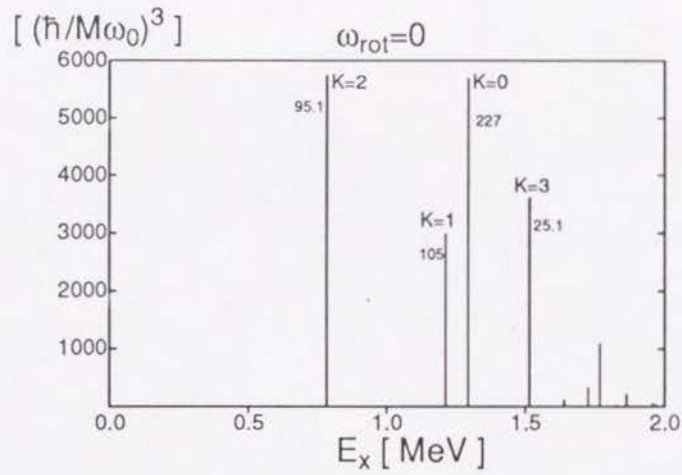


FIG. 7. 超変形 ^{192}Hg における、 $\omega_{\text{rot}} = 0$ での八重極強度 $|\langle n | Q_{3K}'' | 0 \rangle|^2$ 。 $\alpha = 0, 1$ の状態が完全に縮退していることに注意 ($K = 1, 2, 3$ のピーク)。変形度 $\delta_{\text{osc}} = 0.43$ 、対ギャップ $\Delta_p = \Delta_n = 0.7\text{MeV}$ 、ダブル・ストレッチ型アイソスカラー八重極相互作用の結合定数 $\chi_{3K} = 1.08\chi_{3K}^{\text{HO}}$ を採用。ピークの横に示された数値は、固有座標系における、Weisskopf 単位での E3 強度を示している。

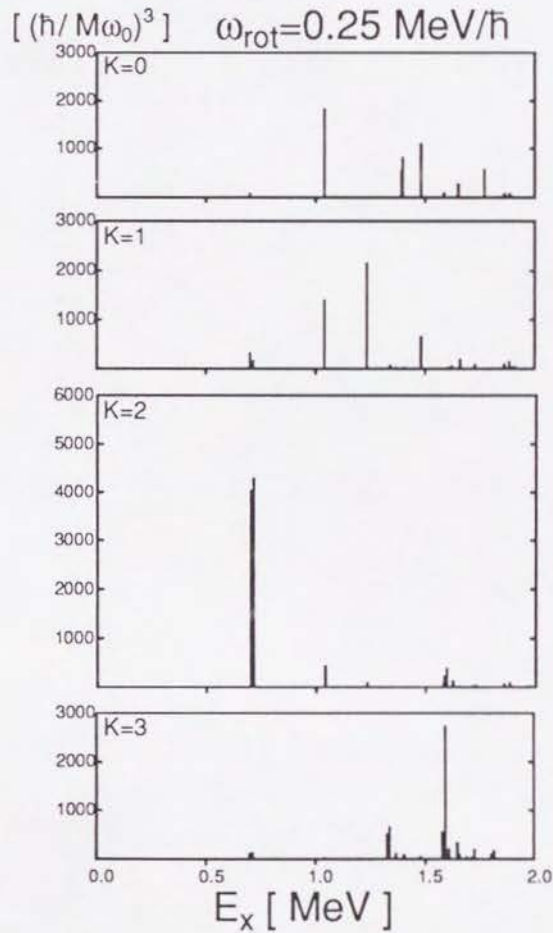


FIG. 8. Fig. 7 と同じ、但し有限の角速度 $\omega_{\text{rot}} = 0.25\text{MeV}/\hbar$ で計算したもの。同じ励起エネルギーをもち、異なる K に分散しているピークは、一つの励起モードに属しており、 K -mixing の効果を表す。

性を表す(ダブル・ストレッチ)八重極強度も最大であることがわかる。Fig. 8 は、有限の角速度 $\omega_{\text{rot}} = 0.25 \text{ MeV}/\hbar$ において、八重極強度分布がどのように変化するかを示したものである。コリオリ力によって引き起こされる K -mixing の効果が見られ、例えば、励起エネルギー $\hbar\omega = 1.04 \text{ MeV}$ の RPA 固有モードには、 $K = 0, 1, 2$ の成分がかなり混ざりあっていることがわかる。

この RPA 固有モードを用いて ^{193}Hg の有効ハミルトニアン $H_{\text{odd}}^{\text{eff}}$ を (2.67) 式のように構成し、1-phonon 状態までの空間 $\{a_{\mu}^{\dagger}|0\rangle, a_{\mu}^{\dagger}X_n^{\dagger}|0\rangle\}$ で対角化する。 ^{193}Hg の準粒子励起スペクトルを表しているのが、Fig. 9 である。通常の準粒子エネルギー・ダイアグラム (Fig. 9(a)) と、 $H_{\text{odd}}^{\text{eff}}$ を対角化した結果 (Fig. 9(b)) を比べると、八重極振動の影響が準粒子励起モードに大きく作用していることがわかる(ここで $e' + \Delta e'_{\text{vib}}$ と記したものは、繰り込まれた準粒子エネルギー \bar{E}_{σ} を指す)。例えば集団振動との結合によって 最高で 500 keV ほどのエネルギー・シフト $\Delta e'_{\text{vib}}$ が得られる。特に、band 1 (主要成分 $[512\ 5/2]$ 準粒子状態) と band 4 (主要成分 $[761\ 3/2]$ 準粒子状態) の Landau-Zener 交差の角速度 ω_{cross} が Fig. 9(a) に比べて大きく遅れていることに注目してほしい。すなわち、八重極集団振動の効果を無視すると、 $\omega_{\text{cross}} \approx 0.17 \text{ MeV}/\hbar$ となるのに対し、その効果を取り入れることで、 $\omega_{\text{cross}} \approx 0.26 \text{ MeV}/\hbar$ が得られ、これは実験値 $\omega_{\text{cross}}^{\text{exp}} \approx 0.27 \text{ MeV}/\hbar$ と非常に良く一致している。交差角速度が遅れる理由は、以下に述べるように、この核における準粒子・振動結合の性質を分析することで理解できる。

有効ハミルトニアン $H_{\text{odd}}^{\text{eff}}$ の対角化から得られる準粒子状態 (2.68)、(2.69) 式の振幅 $C_0(\mu)$ 、 $C_1(\nu n)$ を角速度 ω_{rot} の関数として示したのが Fig. 10 である(コリオリ力を考慮しているため、準粒子状態を区別するためにここに記した K -量子数は、 $\omega_{\text{rot}} \rightarrow 0$ の極限でのみ正確な意味をもつ)。まず、 $\omega_{\text{rot}} \approx 0.26 \text{ MeV}/\hbar$ で、band 1 と band 4 の主成分が入れ替わっているのがわかり、これは準粒子 $[512\ 5/2]$ と $[761\ 3/2]$ の Landau-Zener 交差を示している。また、band 1 には準粒子 $[624\ 9/2]$ 状態と $K = 2$ の八重極振動から成る 1-phonon 状態がかなり混ざっていることがわかる。このような 1-phonon 状態には、コリオリ力が無視できる $\omega_{\text{rot}} \rightarrow 0$ の極限で完全に同一の寄与を与える、2つの状態があることに注意しなければならない。すなわち、 $|[624\ 9/2](\alpha = -1/2) \otimes \omega_{K=2}^0\rangle$ と $|[624\ 9/2](\alpha = +1/2) \otimes \omega_{K=2}^1\rangle$ である。 $\omega_{K=2}^0$ と $\omega_{K=2}^1$ は、シグネチャー $\alpha = 0, 1$ をもつ八重極集団振動モードであり、 $\omega_{\text{rot}} = 0$ では完全に縮退し、Fig. 7 の $K = 2$ の(最低励起)八重極振動に対応するノーマル・モードである。

$[512\ 5/2]$ と $[624\ 9/2]$ の準位間には、 $K = 2$ 八重極演算子 \hat{Q}_{32} が大きな行列要素をもつ(この遷移は、 $K = 2$ 八重極演算子の Nilsson 漸近量子数に関する選択則のひとつ($\Delta N_{\text{sh}} = 1, \Delta n_3 = 1, \Delta \Lambda = 2$) を満たす)。このため、 $K = 2$ の八重極相関を通して、これら2つの準粒子状態間に非常に強い結合がもたらされる¹³。この結果、band 1 に対して大きなエネルギー・シフト $\Delta e'_{\text{vib}}$ が得られ、準粒子 $[512\ 5/2]$ の励起エネルギーが下がる。一方で band 4 に対しては、この集団振動の効果が小さく、あまりエネルギーを下げないために、band 1 と band 4 の相対的なエネルギー差が大きくなり、2つの準位の交差角速度が遅れる結果をもたらすのである。

次に band 4 のアラインメント i と、band 1 と 4 の間の相互作用行列要素について述べる。これらの量に関しても、実験値が求められており、 $i_{\text{band4}}^{\text{exp}} \approx 1.3\hbar$ 、 $V_{\text{int}}^{\text{exp}} \approx 26 \text{ keV}$ であ

¹³この事実は、Skalski による別の理論計算($K = 2$ の八重極変形を導入した中性子の一粒準位)でも確かめられている。

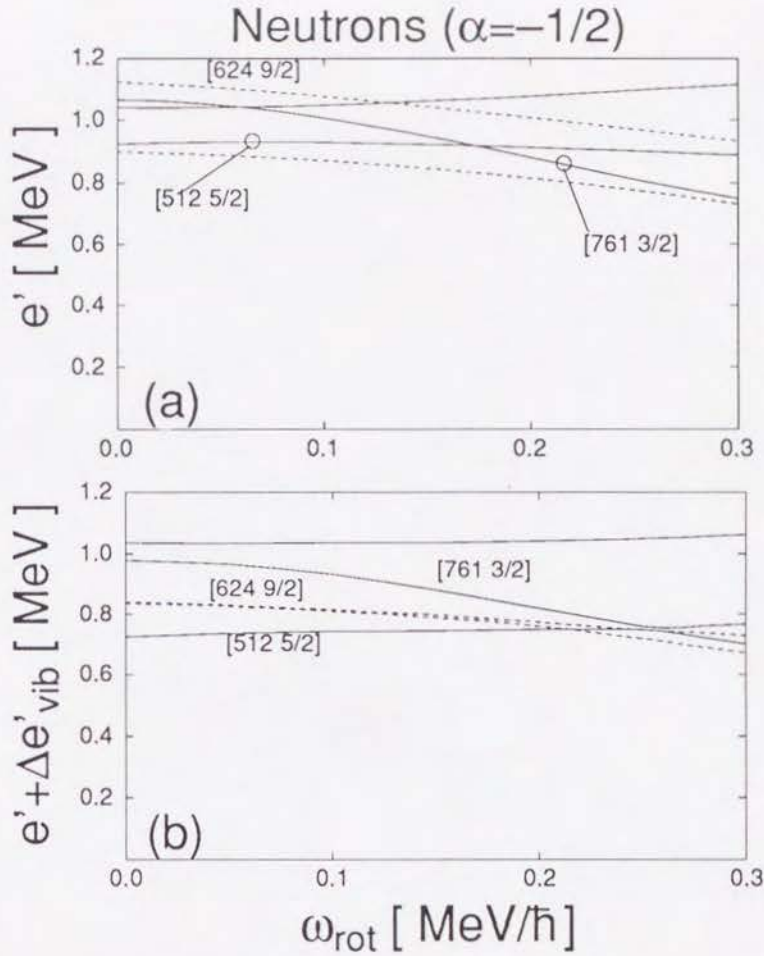


FIG. 9. (a) ^{193}Hg のシグネチャー $\alpha = -1/2$ をもつ中性子準粒子エネルギー・ダイアグラム。横軸は角速度 ω_{rot} である。(b) (a) に八重極振動の効果によるエネルギーのずれ $\Delta e'_{\text{vib}}$ を加えたもの。計算に用いたパラメータは、Fig. 7 と同じである。図中の [512 5/2] のような記述は、波動関数の主要な成分を表す。

る。アラインメントは、有効ハミルトニアンを対角化して求めた固有エネルギー \tilde{E} から、

$$i = -\frac{\partial \tilde{E}}{\partial \omega_{\text{rot}}}, \quad (4.3)$$

で求められる。相互作用 V_{int} は、 ω_{cross} 付近では 2 準位交差と見なせるため、Fig. 9(b) のエネルギー・ダイアグラムにおいて、band 1 と 4 の最近接準位間隔の半分として求める。Fig. 9(a) の準粒子 [761 3/2] ($\alpha = -1/2$) (band 4 の主成分) のアラインメントは、 $i^{\text{cal}} \approx 1.8\hbar$ で、八重極振動の効果を考慮すると、この値が $i^{\text{cal}} \approx 1.2\hbar$ となり、実験値と良く一致する。一方で、[761 3/2] と [512 5/2] の間の相互作用行列要素は Fig. 9(a) ではほとんど 0 で、八重極振動の効果を考慮に入れると、およそ 5 keV ほどに増加する。しかし、この V_{int} の値は、まだ実験値 (26 keV) に比べるとかなり小さい。

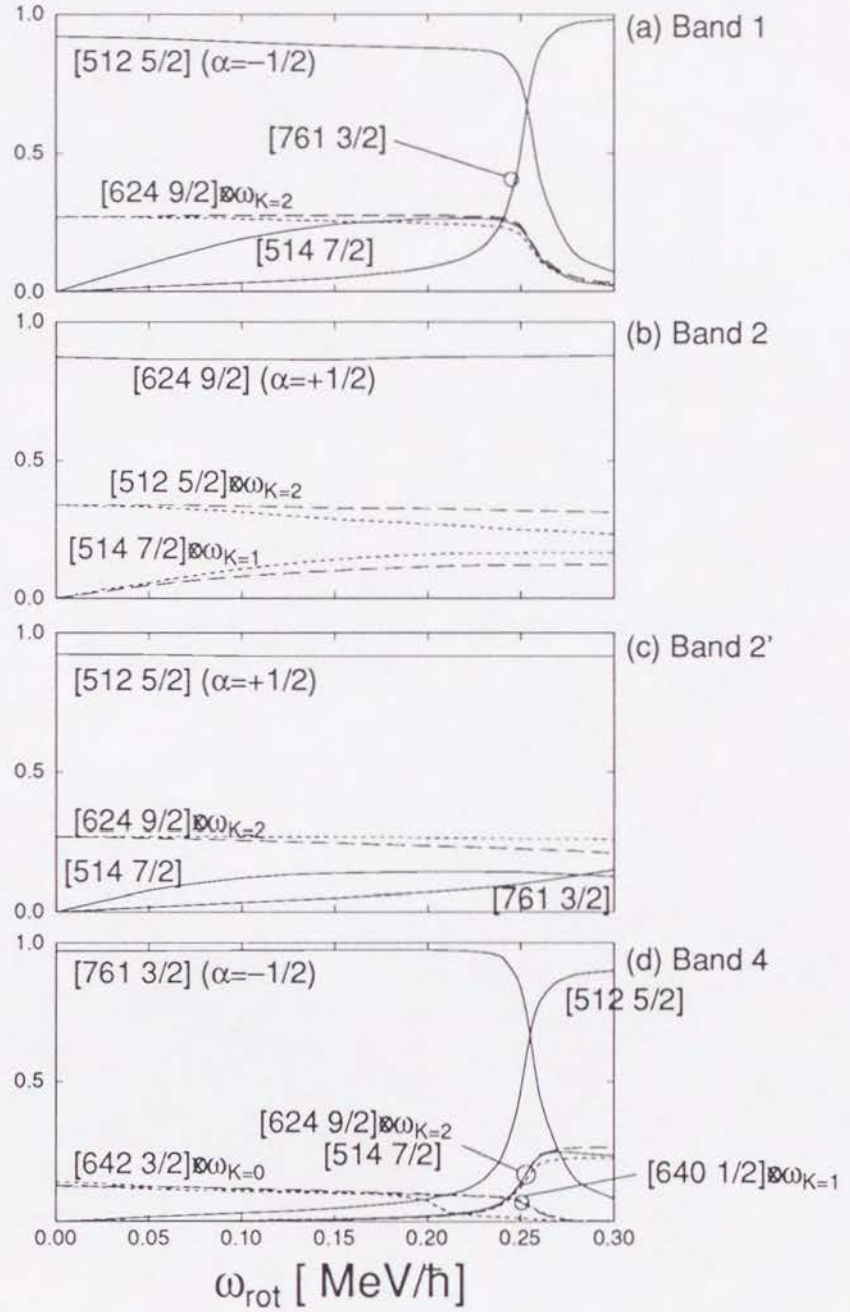


FIG. 10. 波動関数の振幅 $|C_0(\mu)|$ 、 $|C_1(\nu n)|$ を ω_{rot} の関数としてプロットした図。実線は 1 準粒子の振幅 $|C_0(\mu)|$ 、破線 (点線) は $\alpha = 0(1)$ の八重極振動を含んだ振幅 $|C_1(\nu n)|$ を表す。(a)、(b)、(c)、(d) はそれぞれ、band 1、band 2、band 2'、band 4 について示している。実験で観測された band 2 は、完全に縮退した γ 線をもつ 2 つのバンド $[624 \ 9/2] (\alpha = -1/2)$ 、 $[512 \ 5/2] (\alpha = +1/2)$ から成り立っていると考えられており、後者をここでは band 2' と記す。

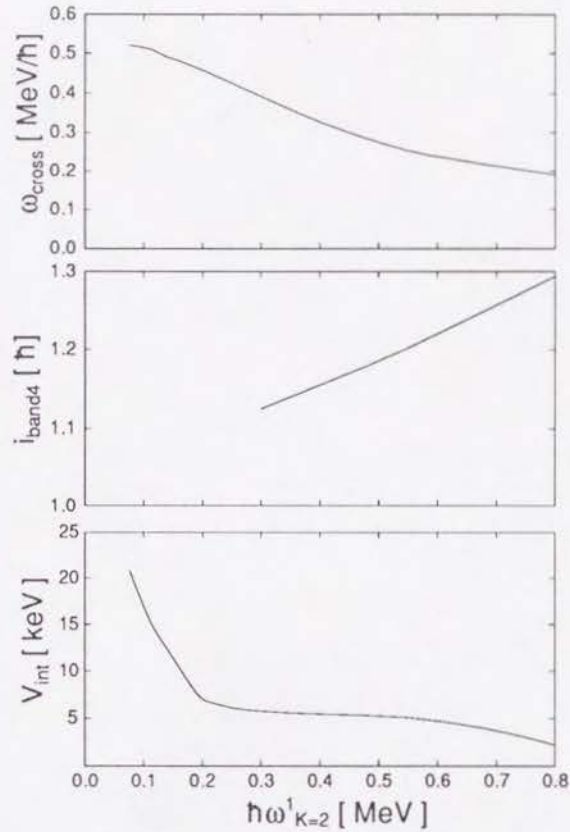


FIG. 11. band 1 と 4 の交差角速度 ω_{cross} 、band 4 のアラインメント i_{band4} 、band 1 と 4 の間の相互作用行列要素の大きさ V_{int} を、最低励起の $K = 2$ 八重極振動 ($\alpha = 1$) の励起エネルギー $\hbar\omega_{K=2}^1$ の関数として示す。 $\hbar\omega_{K=2}^1$ は、 $\omega_{\text{rot}} = 0.45\text{MeV}/\hbar$ で計算した値である。対ギャップは Fig. 7 と同じ。 $\hbar\omega_{K=2}^1 = 0.54\text{MeV}$ が、結合定数 $\chi_{3K} = 1.08\chi_{3K}^{\text{HO}}$ に対応する。

B. 計算結果の χ_{3K} 依存性と理論の問題点

ここまでの計算で用いたアイソスカラー八重極相互作用の結合定数 χ_{3K} は、

$$\chi_{3K} = 1.08\chi_{3K}^{\text{HO}} \quad (4.4)$$

を用いている。ここで、実験と比較した物理量 ω_{cross} 、 i_{band4} 、 V_{int} の計算値が、どの様に結合定数 χ_{3K} に依存しているかを調べてみよう。

Fig. 11 に、 $\omega_{\text{rot}} = 0.45\text{MeV}/\hbar$ で計算された最低励起の $K = 2$ 八重極振動の励起エネルギー $\hbar\omega_{K=2}^1$ の関数として、 ω_{cross} 、 i_{band4} 、 V_{int} の計算値がプロットされている。もちろん、 $\hbar\omega_{K=2}^1$ は χ_{3K} の関数であり、(4.4) 式の値は、横軸の $\hbar\omega_{K=2}^1 \approx 0.5\text{MeV}/\hbar$ に対応する。この図から、 $\hbar\omega_{K=2}^1$ が小さくなる (八重極振動効果が大きくなる) につれて、 ω_{cross} は増加し、 i_{band4} は小さくなることがわかる。 $\hbar\omega_{K=2}^1 \approx 0.5\text{MeV}/\hbar$ ($\chi_{3K} = 1.08\chi_{3K}^{\text{HO}}$) で、この 2 つの量に関して実験値を同時に再現できる。しかし、相互作用行列要素 V_{int} の計算値は、ここに示した範囲内では再現できず、結合定数 χ_{3K} を極端に大きくしなければならない。

単純な予想では、異なる準粒子間の相互作用として、1-phonon 状態を結合の中間状態とした相互作用が可能になるため、低励起振動の効果で V_{int} は増大すると考えられる。しかしながら、band 4 の主成分である Nilsson 状態 $[761\ 3/2]$ は、近くに八重極演算子で強く結合できる準位が存在しないために、band 4 に関する八重極振動効果は非常に小さい (Fig. 10)。一方で、band 1 の八重極相関は強く、1-phonon 状態 $[[624\ 9/2](\alpha = \mp 1/2) \otimes \omega_{K=2}^{0,1}]$ の混ざりが顕著であるが、 $[624\ 9/2]$ と $[761\ 3/2]$ の間の八重極行列要素が非常に小さいため、この混ざりは band 1 と 4 の間の相互作用をそれほど増加させることができない。

V_{int} はまた対ギャップ Δ にも依存する。ここでは、平均的対ギャップ $\tilde{\Delta} = 12A^{-1/2}\text{MeV}$ を用いて決めた $\Delta_p = \Delta_n = 0.7\text{MeV}$ を採用したが、 $\tilde{\Delta} = 14A^{-1/2}\text{MeV}$ を用いて決めた $\Delta_p = \Delta_n = 0.9\text{MeV}$ を採用した場合には、 ω_{cross} と i_{band4} の実験値はやはり再現できるが、 $V_{\text{int}} \approx 10\text{keV}$ であり、まだ実験値 $V_{\text{int}}^{\text{exp}} \approx 26\text{keV}$ と比べて小さ過ぎる。したがって、我々のモデルでは、実験で観測された大きな V_{int} の値は再現できないと結論を下さざるを得ない。

通常変形核の、g-band と s-band のバンド交差の場合には、相互作用行列要素は化学ポテンシャルの振動関数となることが良く知られており [31,32]、その大きさは、フェルミ面付近の一粒子準位構造に強く依存する。また、クランキング模型にはリコイル力が欠けているため、計算された相互作用行列要素は、粒子・回転子模型での値に比べて著しく小さいことも知られている [32]。このような結果が、いま問題となっている Landau-Zener 交差にも適用できるかどうか自明ではないが、 V_{int} の実験値を再現するためには、本論文で用いているモデルに欠けている何らかの効果を検討する必要があると思われる。

最近、Daresbury 原子核研究所 (U.K.) において現在世界最高性能の γ 線測定器システム EUROGAM を用いた実験で、今まで知られていた¹⁵²Dy のイラスト超変形バンドの他に、励起バンドが 5 個発見された [33]。本節の目的は、今回得られた実験データの自然な理解には、四重極変形場に八重極相関を取り入れる必要があることを示し、その影響がどのように現われるかを調べることにある。

よく知られているように、¹⁵²Dy は世界で初めて超変形回転バンドが発見された原子核であり、そのイラスト・バンドの安定性は多くの理論計算で確かめられている。 $N = 86$ 、 $Z = 66$ は、中性子・陽子ともに変形度 $\beta \sim 0.6$ 付近での魔法数に対応しており、¹⁵²Dy はこの付近の核で最も安定な超変形状態と考えられる。したがって、一粒子準位にこの魔法数に由来する大きな殻ギャップがあるために、励起状態のエネルギーは大きくなり、これまで励起バンドの発見がなかった。閉殻配位の基底状態の上には、1p-1h 的な非集団励起よりも集団励起モードが最低励起状態として現れやすいと期待され、観測されたバンドの中にその候補が存在するかどうか興味をもたれる。

A. “High- N ” 分類法から予想される各バンドの励起配位

まず、集団励起を考慮せずに粒子・空孔励起モードのみで、実験で観測されたバンドの励起配位を推測してみる。Fig. 12 に (2.1) 式で与えられる一粒子準位を示す。この中で特に、Nilsson の漸近量子数 $[Nn_3\Lambda\Omega]$ の N が大きな軌道は、バンドの性質に重要な寄与を及ぼすことが知られている。中性子軌道の $N = 7$ 、陽子軌道の $N = 6$ の軌道を “High- N ” 軌道と呼び、バンドの一粒子軌道配位が、いくつかの “High- N ” 軌道を占めているかが、角速度に対するバンドの振舞いをほとんど決定するのである [34] (この性質に関連して、「Identical バンド」と呼ばれる現象が数多く報告されている [3,35])。例えば、超変形¹⁵²Dy のイラストバンドは、 $\nu 7^2\pi 6^4$ という “High- N ” 配位をもつと考えられており (ここで右上の数字はその軌道を何本占めているかを表している)、¹⁵³Dy は $\nu 7^3\pi 6^4$ 、¹⁵⁰Gd は $\nu 7^2\pi 6^2$ と分類できる。

バンドの “High- N ” 配位を決定するとき、有力な手がかりを与えるのが、(力学的) 慣性能率 $\mathcal{J}^{(2)}$ である。異なるバンドの慣性能率がほぼ同じ角速度依存性を示すときには、同じ “High- N ” 配位をもつと考えるのである。実験データから求めた $\mathcal{J}^{(2)}$ を Fig.13 に示す。このうち、band 4 と 5 は ¹⁵¹Dy に似ていることから、 $\nu 7^1\pi 6^2$ の配位をもつと推測され、中性子 $N = 7 \rightarrow (N = 5 \text{ or } N = 4)$ の励起と予想され、互いにシグネチャー・パートナー ($\alpha = \pm 1/2$) であると考えられる。同様に、band 6 は ¹⁵³Dy に似ており、 $\nu 7^3\pi 6^2$ ($\nu N = 6 \rightarrow N = 7$)、band 2 は ¹⁵⁰Gd との類似から $\nu 7^2\pi 6^2$ の “High- N ” 配位をもつ、 $\pi (N = 6)^2 \rightarrow (N = 5 \text{ or } N = 4)^2$ の 2p-2h 励起と推測できる。バンド 3 には類似したデータがなく、この方法で簡単には予想できない。

B. 一粒子準位交差と慣性能率

発見された複数の励起バンドの中から、まず band 2 に注目しよう。このバンドは、慣性能率 $\mathcal{J}^{(2)}$ が角速度の小さい領域で大きく盛り上がり、 $\omega_{\text{rot}} \approx 0.45 \text{ MeV}$ あたりをピークとする構造が見られる。この振舞いが ¹⁵⁰Gd と酷似していることから、前節で陽子の 2p-2h 励起配位を予想した。しかし、Fig. 12 からもうすぐ分かるように、 $Z = 66$ はこの変形度での魔法数に対応するため、大きな殻ギャップが存在し、高スピン領域でのこの配位の励起エ

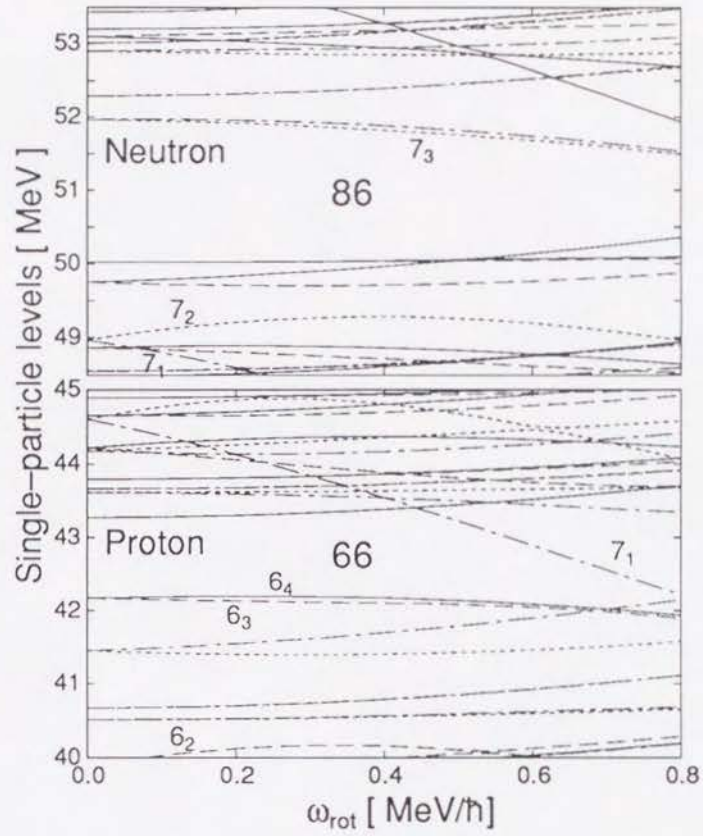


FIG. 12. 変形度 $\delta_{\text{osc}} = 0.56$ における中性子・陽子の一粒準位とその角速度依存性。実線・破線・点線・一点破線はそれぞれ $(\pi, \alpha) = (+, +1/2) \cdot (+, -1/2) \cdot (-, +1/2) \cdot (-, -1/2)$ の準位に対応する。

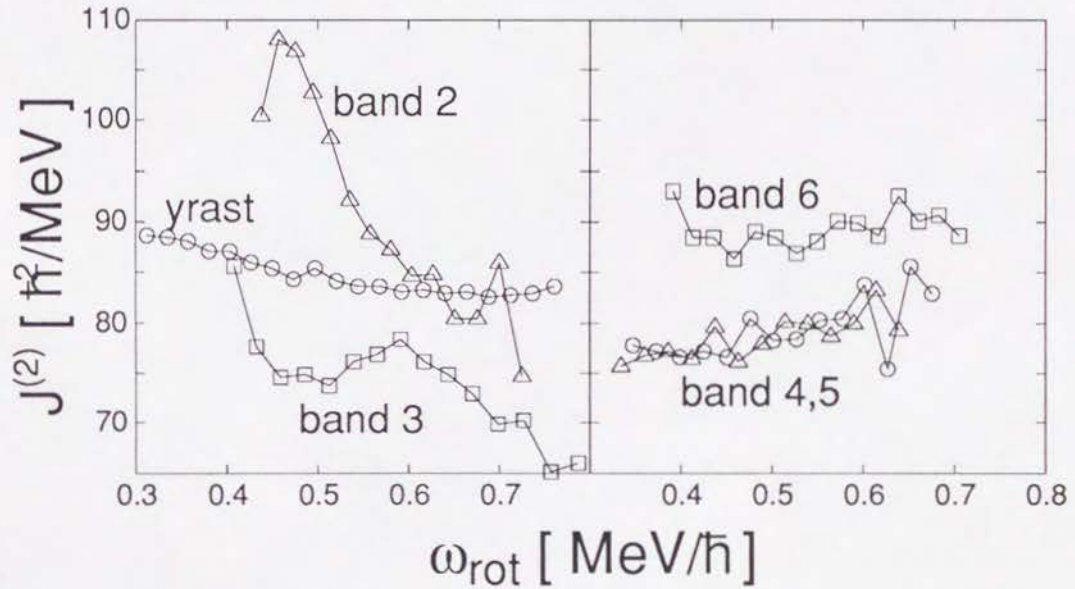


FIG. 13. 実験で観測されたバンドの慣性能率 $J^{(2)}$ の角速度依存性。左の $\circ \cdot \triangle \cdot \square$ は、yrast・band 2・3 に対応し、右の $\circ \cdot \triangle \cdot \square$ は、band 4・5・6 に対応する。

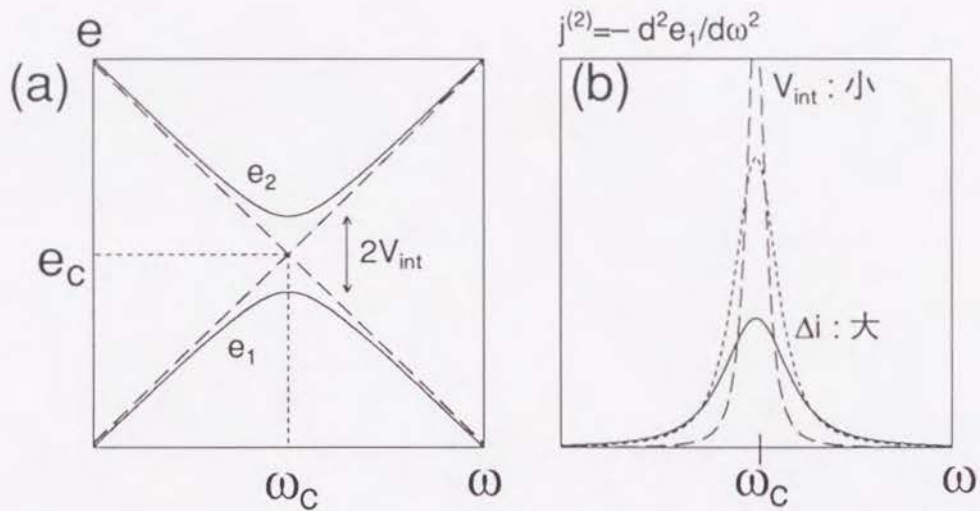


FIG. 14. (a) 2-level 交差の模擬図。縦軸がエネルギー、横軸が角速度 ω_{rot} 。(b) 準位 e_1 の慣性能率への寄与。実線を基準として、破線は V_{int} を $0.3V_{\text{int}}$ に小さくした場合、点線は Δi を $1.5\Delta i$ に大きくした場合に対応する。

エネルギーは、イラストから 3MeV 程度になると考えられる。このエネルギーを下げる核子相関としては対相関が考えられるが、高速回転のもとでは相当弱められるために、大きく励起エネルギーを下げるとは考えにくい。3MeV という大きさは、超変形状態の安定性にも問題がでると思われる程の高励起状態である。一方で、band 2 は高スピン領域において、非常に強い生成強度 (population intensity) をもつことが、実験から報告されている [33]。この事実は band 2 の励起エネルギーが非常に低いことを示唆していると考えられ、上で述べた $\pi 2p-2h$ 配位と矛盾する。

励起エネルギーの小さい状態をつくるには、高スピンにおいて下がってくる、陽子の $N=7$ の軌道への $1p-1h$ 励起を考えるのが自然であろう。つまり、 $Z=66$ のギャップのすぐ下の準位 6_4 からすぐ上の 7_1 への励起である。この場合、band 2 の生成強度の問題は解決するが、慣性能率の振舞いは、Fig. 12 の一体場だけでは説明できない。

そこでまず、慣性能率の角速度依存性に対する簡単な解析を行なう。普通、慣性能率のこのような異常な振る舞いはバンド交差によるものと解釈するのが一般的である。Fig. 14 に見られるような簡単な 2-level の一粒子準位交差として慣性能率 $j^{(2)}$ の変化を見積もってみよう。今、慣性能率 $j^{(2)}$ が、角速度に対してほとんど変化しない core の寄与 $j_0^{(2)}$ と、準位交差を起こす一粒子準位の寄与 $j^{(2)}(\omega)$ の和で表すことができると仮定する。興味の対象である $j^{(2)}$ の角速度依存性を知るためには、一粒子軌道の寄与である $j^{(2)}(\omega)$ のみに着目すればよい。

Fig. 14(a) に見られる擬交差現象を引き起こす準位間相互作用 V_{int} が存在する場合に、断熱的固有値 e_1, e_2 を求めてみよう。 $V_{\text{int}} = 0$ のとき (透熱的) の二つの準位のアラインメント $\langle j_1 \rangle = -\frac{de}{d\omega}$ を i_1^0, i_2^0 、交差角速度、交差エネルギーを ω_c, e_c として、 2×2 行列¹⁴

¹⁴この節では、角速度 ω_{rot} を表すのに、添字を省いた ω を用いる。

$$\begin{pmatrix} e_c - i_1^0(\omega - \omega_c) & V_{\text{int}} \\ V_{\text{int}} & e_c - i_2^0(\omega - \omega_c) \end{pmatrix} \quad (5.1)$$

を対角化して得られる固有値が、小さい方から断熱的固有エネルギー e_1, e_2 である。このとき、最近接準位間隔が、

$$e_2(\omega_c) - e_1(\omega_c) = 2V_{\text{int}} \quad (5.2)$$

となることは良く知られている。これらの軌道 $e_1(e_2)$ の慣性能率 $j_1^{(2)}(j_2^{(2)})$ は、

$$j_1^{(2)}(\omega) = \frac{di_1}{d\omega} = -\frac{d^2 e_1}{d\omega^2} \quad (5.3)$$

$$= \frac{1}{2} \Delta i^2 (\Delta i^2 \Delta \omega^2 + 4V_{\text{int}}^2)^{-1/2} \left\{ 1 - \Delta i^2 \Delta \omega^2 (\Delta i^2 \Delta \omega^2 + 4V_{\text{int}}^2)^{-1} \right\}, \quad (5.4)$$

$$j_2^{(2)}(\omega) = -j_1^{(2)}. \quad (5.5)$$

ここで、 $\Delta i = i_1^0 - i_2^0$ 、 $\Delta \omega = \omega - \omega_c$ である。 $j_1^{(2)}(\omega)$ は $\omega = \omega_c$ で最大で、値 $\Delta i^2/4V_{\text{int}}$ をとる。Fig. 14(b) は、 $j_1^{(2)}(\omega)$ を示したもので、実線と比較して、破線は V_{int} を小さくした場合、点線は Δi を大きくした場合である。どちらもピークの高さは大きくなるが、

$$\Delta i = \int j_1^{(2)}(\omega) d\omega \quad (5.6)$$

の関係があるので、実線と破線は横軸と曲線とで囲まれる面積が等しく、点線はそれよりも大きい。すなわち、band 2 に見られる $j^{(2)}$ の大きな「山」の構造を再現するためには、 V_{int} と Δi の両方に大きな値が必要とされる。

band 2 の実験値から (5.6) 式を使って Δi を見積もると、 $\Delta i \approx 2 \sim 3\hbar$ 、 V_{int} の大きさは、

$$V_{\text{int}} = \frac{\Delta i^2}{4 \left(\mathcal{J}_{\text{max}}^{(2)} - \mathcal{J}_0^{(2)} \right)}, \quad (5.7)$$

で求められ、40~90 keV と予想される。 Δi の大きさは、陽子の $N = 7$ の軌道のアラインメントの大きさとほぼ一致しているが、 V_{int} の大きさは、 $N = 7$ の軌道がいわゆる intruder orbit であるため、他の軌道との相互作用が非常に小さく、40~90 keV には到底足りない。この困難を解決してくれるのが、八重極モードとの結合効果であると考えられる。band 2 の高スピンでの励起配位を $\pi 7_p 6_h$ とすると、この 1p-1h 励起は負パリティとなるため、低スピンにおいて強い八重極相関の影響を受けると予想される。その影響を具体的に見るためには、II 節で述べた理論によって、一体場に残留相関を取り入れた計算を行なう必要がある。

C. band 2 と band 3

超変形回転バンド ^{152}Dy の一粒子準位は殻ギャップが大きい上に、高速回転の影響もあって対相関は非常に弱い。実際、バンドが観測されている角速度の領域では、(2.15) 式において通常の BCS 理論を使う限り、有限の対ギャップ Δ は得られない。そこで、この計算では対変形パラメータは $\Delta = 0$ と固定している。したがって、RPA モードに寄与する 2 準粒子励起は、通常相での粒子・空孔励起と一致している。

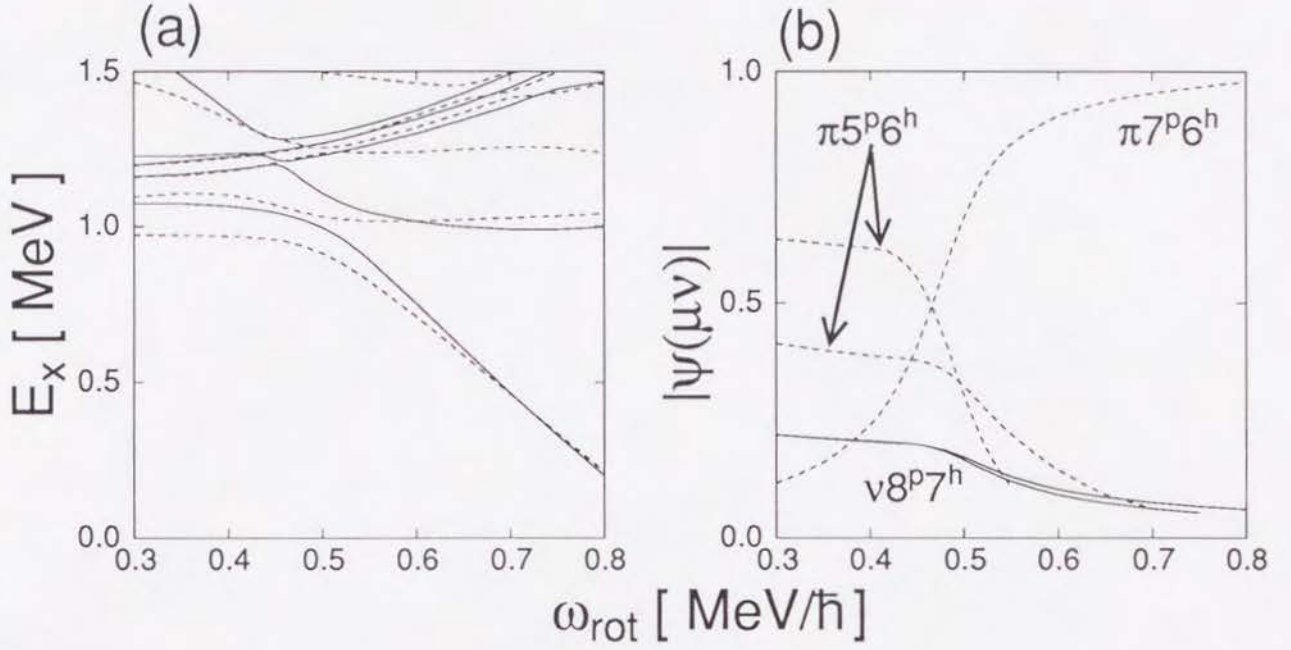


FIG. 15. (a) 負パリティ励起状態の RPA 解とその角速度依存性。変形パラメータ $\delta_{\text{osc}} = 0.54$ 、 $\Delta_p = \Delta_n = 0$ で計算されている。(b) 最低励起状態 ((a) の最下破線) の内部状態の角速度依存性。RPA の前方振幅 $|\psi(\mu\nu)|$ の大きさが縦軸。代表的な成分を 5 つ選んで、実線 (破線) は中性子 (陽子) の成分を示している。

有効相互作用 (2.41) 式にある \hat{R}_ρ^α としては以下のものを計算に取り入れる。

$$\hat{R}_\rho^0 = \hat{Q}_{31}^{0''}, i\hat{Q}_{32}^{0''}, \hat{Q}_{33}^{0''}, \tau_3\hat{Q}_{31}^{0''}, i\tau_3\hat{Q}_{32}^{0''}, \tau_3\hat{Q}_{33}^{0''}, \tau_3\hat{Q}_{11}^{0''}, \quad (5.8)$$

$$\hat{R}_\rho^1 = \hat{Q}_{30}^{1''}, i\hat{Q}_{31}^{1''}, \hat{Q}_{32}^{1''}, i\hat{Q}_{33}^{1''}, \tau_3\hat{Q}_{30}^{1''}, i\tau_3\hat{Q}_{31}^{1''}, \tau_3\hat{Q}_{32}^{1''}, i\tau_3\hat{Q}_{33}^{1''}, \tau_3\hat{Q}_{10}^{1''}, i\tau_3\hat{Q}_{11}^{1''}. \quad (5.9)$$

計算に用いるモデル空間は、 ^{193}Hg の場合と同じく、中性子に対して $N_{\text{osc}} = 2 \sim 10$ 、陽子に対して $N_{\text{osc}} = 1 \sim 9$ であり、ほとんどすべての八重極励起モードはこの空間の中に収まる。また、アイソスカラー結合定数 χ_{3K} は、(2.24) 式の値、

$$\chi_{3K} = 1.07\chi_{3K}^{\text{HO}}, \quad (5.10)$$

を用いる。

RPA 分散方程式を解いて、負パリティ励起状態の励起エネルギー (内部励起) を求めたのが、Fig. 15(a) である。横軸に角速度をとって、励起エネルギーの角速度依存性を示している。実線 (破線) はシグネチャー $\alpha=0(1)$ の状態を表しており、最低励起状態は一番下の破線で、 $\omega_{\text{rot}} = 0$ で $K = 0$ の量子数をもつ、非常に集団性の高い八重極状態であり、固有座標系における基底状態との E3 遷移行列要素は $|\langle K=0 | M(E3) | 0 \rangle|^2 = 232 \text{ W.u.}$ である。この状態は角速度 $\omega_{\text{rot}} \approx 0.45 \text{ MeV}/\hbar$ 付近でその性格を大きく変化させる。Fig. 15(b) が、その最低励起状態の内容を表したもので、求めた RPA ノーマル・モードの前方振幅、すな

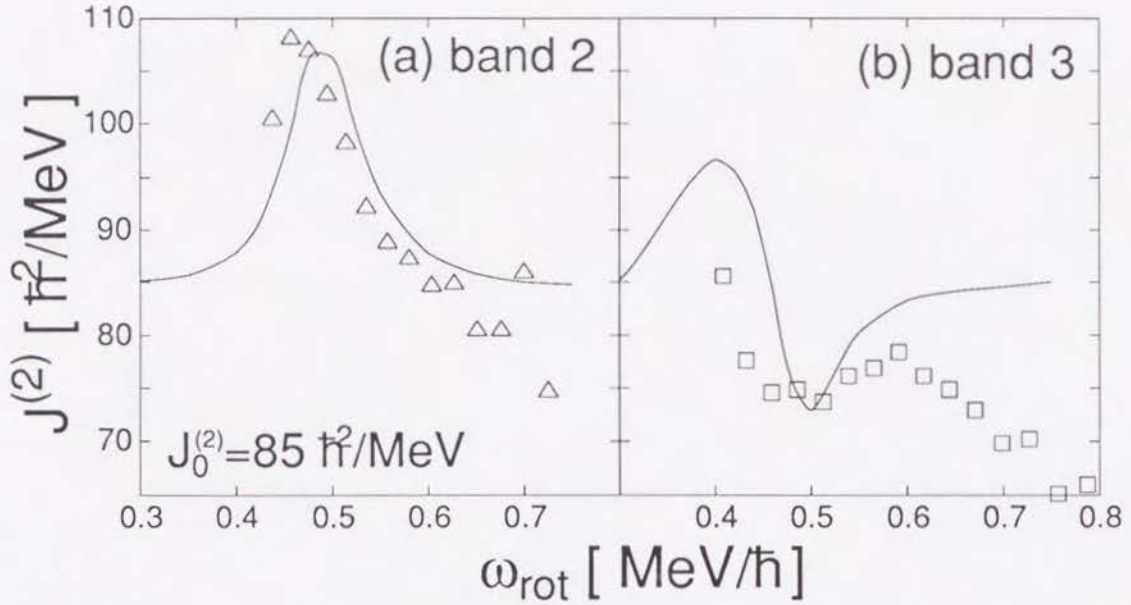


FIG. 16. (a) band 2 の慣性能率 $\mathcal{J}^{(2)}$ とその角速度依存性。実線が理論 ($\mathcal{J}_0^{(2)} = 85\hbar^2/\text{MeV}$ を採用)。 (b) band 3 の $\mathcal{J}^{(2)}$ 。実線が理論。

わち (2.47) 式の $|\psi(\mu\nu)|$ の中から代表的な成分 ($\mu\nu$) を 5 つ選んで、 ω_{rot} の関数として図示したものである。ある一つの ($\mu\nu$) 成分が $|\psi(\mu\nu)| \approx 1$ となるときは、一体場で議論できる 1p-1h 的励起と考えられ、集団性が高い状態のときには、多くの成分に分散するために、特定の $|\psi(\mu\nu)|$ が 1 に近い値をとることはない。この最低励起状態は、 $\omega_{\text{rot}} \geq 0.5 \text{ MeV}$ では、予想した通り、陽子の $N = 6 \rightarrow N = 7$ の 1p-1h 励起とみなすことができる。一方、低スピン ($\omega_{\text{rot}} \leq 0.4 \text{ MeV}$) では、 $\pi N = 6 \rightarrow N = 5$ を主成分とする集団的な八重極振動状態に変化する。このことは、一体場だけによる解析では理解できない、集団的八重極バンドと非集団的負パリティ・バンドとの交差を意味している。このとき、バンド間の相互作用も、集団的な八重極モードとの結合によって増大し、すぐ上の $\alpha = 1$ の状態との最近接間隔はおおよそ $2V_{\text{int}} \approx 100 \text{ keV}$ である。

次にこの解釈によって理論から得られる慣性能率 $\mathcal{J}^{(2)}$ を求めてみよう。まず、前節での議論と同様にして、バンドの慣性能率を

$$\mathcal{J}^{(2)}(\omega_{\text{rot}}) = \mathcal{J}_0^{(2)} + j^{(2)}(\omega_{\text{rot}}), \quad (5.11)$$

と 2 つの寄与に分けて、 $\mathcal{J}_0^{(2)}$ としては、イラストの平均的な慣性能率の値から、 $\mathcal{J}_0^{(2)} = 85\hbar^2/\text{MeV}$ を採用する。 $j^{(2)}(\omega_{\text{rot}})$ は、(5.3) 式を使って、Fig. 15(a) の破線の曲率から求められる。こうして得られた慣性能率が Fig. 16(a) の実線である。実験値を三角のマークで示しているが、ほぼ実験値の振舞いを再現できている。こうして、八重極バンドと負パリティ・バンドとのバンド交差現象として、band 2 の特異な慣性能率の ω_{rot} 依存性と大きな生成強度を、同時に自然な形で理解できる。

上で述べた解釈に基づくと、バンド交差のパートナーがあって良いはずである。もう一度 Fig. 13 を見直してみると、band 3 の $\mathcal{J}^{(2)}$ が、band 2 の「山」のピークがある ω_{rot} のあたりに「谷」の構造があることが分かる。これは、band 2 との相互作用の結果と解釈す

ることが可能である ((5.5) 式参照)。Fig. 15(a) において下から 2 番目の破線が、band 2 の擬交差のパートナーである。先ほどと同じ $\mathcal{J}_0^{(2)} = 85\hbar^2/\text{MeV}$ を用いて、この準位の $\mathcal{J}^{(2)}$ を Fig. 16(b) に示し、band 3 の実験値も合わせて載せた。 $\mathcal{J}^{(2)}$ が $\omega_{\text{rot}} \approx 0.5 \text{ MeV}/\hbar$ で小さくなる、「谷」の構造は再現できている。但し、高スピン ($\omega_{\text{rot}} > 0.6 \text{ MeV}/\hbar$) で、 $\mathcal{J}^{(2)}$ が小さくなる傾向は再現できず、今後の課題である。変形の変化、対相関の動的な効果、一粒子準位の角速度依存性など、モデルの改良を計る必要があると思われる。

D. その他のバンド

では、それ以外のバンド (band 4~6) は、“High-N” 分類法による励起配位で問題がないのだろうか。集団性の高い状態が低励起状態に多く現れるときには、それらの状態は数多くの粒子・空孔励起の重ね合わせとして実現されるために、特定の粒子・空孔対 ($\mu\nu$) による純粋な 1p-1h 状態は実現されにくい傾向にある。例えば、band 6 の配位である $\nu 7^3\pi 6^2$ ($\nu N = 6 \rightarrow N = 7$) という状態は負パリティ励起であるため、その成分は集団的な八重極励起に吸いとられている可能性が高い。Fig. 17 が、 $\nu 7_3$ に絡んだ励起がどの程度純粋に残り得るかを示したものである。“High-N” 分類法にとって本質的な点は、band 6 の一粒子軌道配位が、「 $\nu 7_3$ の軌道を占める配位である」という点にあるので、低励起の負パリティ状態 $|n, \pi = -\rangle$ がどの程度の割合いでこの軌道を占めているかを調べてみたものである。ここで示した量は、準位 μ として “High-N” 軌道 $\nu 7_3$ をとり、

$$P_\mu(n) = \sum_\nu \left(|\psi_n(\mu\nu)|^2 - |\varphi_n(\mu\nu)|^2 \right), \quad (5.12)$$

という量を縦軸にとった。もし、ある状態が中性子の 7_3 を粒子 (p) 状態とする 1p-1h 励起配位を完全な形で実現していたとすれば、(5.12) 式は 1 という値をとるべきである。したがって、低励起の状態に $P_\mu(n) \approx 1$ となるような状態があるかどうかを調べれば良い。Fig. 17 は、低スピンではもちろんのこと、高スピン領域においても、 $E_x \leq 2 \text{ MeV}$ にそのような状態は存在しないことを示している。つまり、“High-N” 分類法で予測された band 6 の配位は、八重極相関を取り入れた計算では、多くの (負パリティ) 八重極状態に分散してしまい、一つの状態としては実現が困難であることを示している。このような状態の配位を決定するには、一粒子準位の粒子配位のみを考慮するのではなく、集団励起も考慮に入れた、もっと慎重な考察が必要であると思われる。

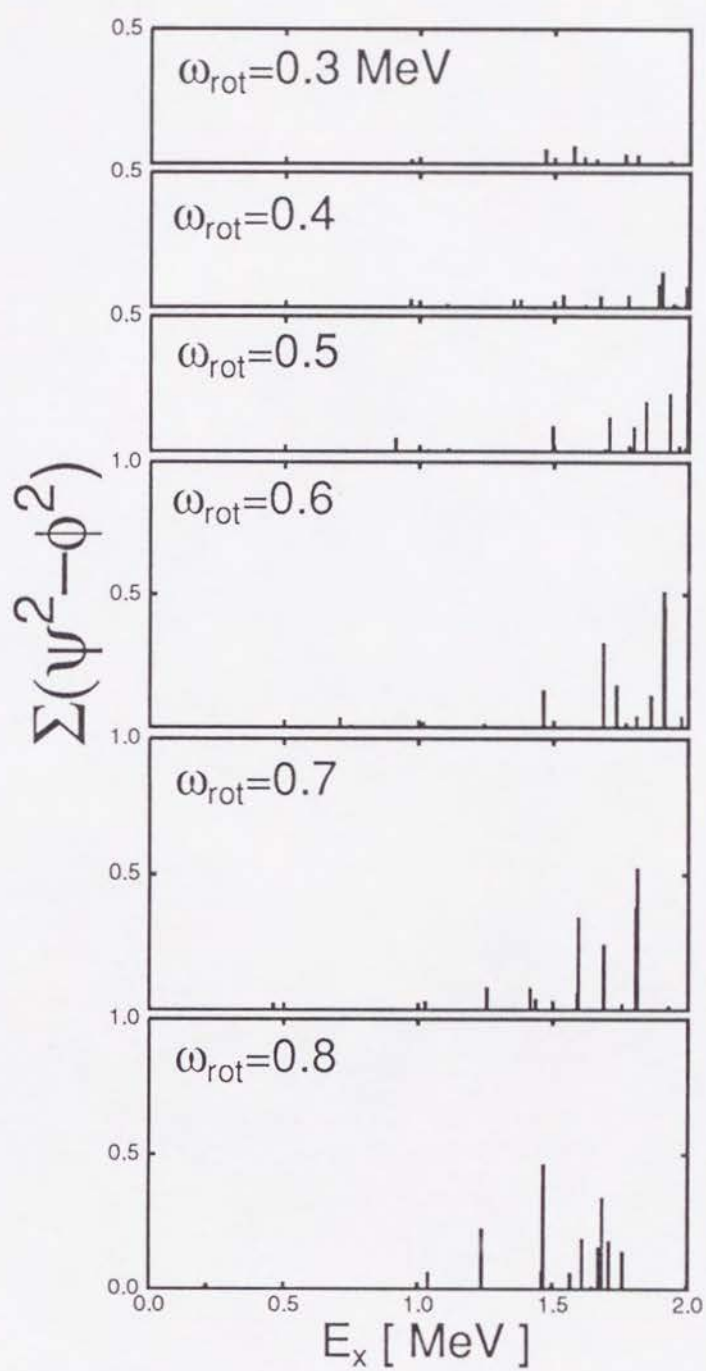


FIG. 17. $P_\mu(n)$ が縦軸 (μ は $\nu 7_3$ を指す)。励起エネルギー E_x が横軸。実線の高さが、その励起状態の $P_\mu(n)$ の大きさを表している。

VI. 結語

本論文では、長軸・短軸比 $\approx 2:1$ で特徴付けられる、いわゆる「超変形」に伴う新しい殻構造の特徴を調べ、その殻構造から生み出される新しいタイプの集団運動として、八重極集団振動モードを取り上げた。偶核におけるこれらの集団振動モードを、核子の独立粒子運動の立場から乱雑位相近似を用いて、自己無撞着に記述し、その性質を理論的に解析した。また、自己無撞着な記述によって必然的に現れる、集団振動運動と独立粒子運動との結合効果を最低次で考慮して、奇 A 核における繰り込まれた準粒子励起スペクトルを求めた。ここで用いた理論は、すべて回転系 ($\omega_{\text{rot}} \neq 0$) において定式化されており、高スピン状態における K -量子数の破れなど、コリオリ力の効果を取り入れた枠組に基づいている。

超変形調和振動子ポテンシャル ($\omega_{\perp} \approx 2\omega_3$) における八重極集団励起モードの理論計算によって、超変形殻構造の特異性を容易に理解することができる。最も興味深いモードは $K=1$ のモードであり、遷移領域核の基底状態に見られる「球形・四重極変形転移現象」に類似した現象が、超変形状態において「超変形・八重極変形 ($K=1$) 転移現象」として期待できる。 $K=1$ の八重極モードは、軸対称性と反転対称性を破る変形であり、これまでの低励起スペクトルには観測されていない原子核における未知の形状といえる。このモードの励起エネルギーは、バレンス粒子間の対相関の強さに依存するため、現実の超変形核において安定な変形が実現するかどうかは微妙であるが、開殻配位において低励起集団振動モードとして現れる可能性は非常に高い。この場合、奇核における 1 準粒子励起モードは、このモードと非常に強く結合し、励起スペクトルとその状態の性質は、もとの準粒子から著しく変化したものとなる。

次に、この「準粒子・振動結合」の効果を実際の超変形核 ^{193}Hg において計算し、励起スペクトルを求め、実験値と比較した。この核において最も重要な集団励起は、 $K=2$ 八重極振動モードであり、この集団振動モードは、準粒子励起モードと強く結合し、準粒子励起スペクトルに大きな影響を及ぼす。実験において Landau-Zener 交差現象が観測されているが、八重極振動の影響を考慮することによって初めて、その交差角速度 $\omega_{\text{cross}}^{\text{exp}}$ と band 4 のアラインメント $i_{\text{band4}}^{\text{exp}}$ を再現することができる。これは、超変形回転バンドにおける八重極相関の重要性を、実験データとの比較から最初に示した理論計算といえる。ただし、交差するバンド間の相互作用行列要素の大きさ V_{int} は、八重極振動の効果である程度増加するものの、実験値を再現するほどの大きさには至らなかった。これは、ここで用いたクランキングモデルの適用限界を示すものと考えられる。

偶核の超変形回転バンドにおいて、もっと直接的に八重極相関を示すデータが、ごく最近、Daresbury 原子核研究所における EUROGAM を用いた実験によって観測された。この実験は、超変形回転バンド ^{152}Dy に 5 つの励起バンドを発見し、その(力学的)慣性能率 $\mathcal{J}^{(2)}$ を測定した。閉殻配位の上には、低励起モードとして集団励起状態が形成されやすいため、通常の一体場を用いた 1p-1h 励起状態として片付けられない励起モードが観測されている可能性が高く、本論文では、乱雑位相近似に基づく理論値と実験データとの比較検討を実行した。その結果、band 2 を、高スピンでの負パリティ 1p-1h 励起 $\pi 7_p 6_h$ 状態、低スピンでの八重極集団励起状態と解釈し、band 3 をその逆の低スピンでの負パリティ 1p-1h 励起 $\pi 7_p 6_h$ 状態、高スピンでの八重極集団励起状態と解釈することで、慣性能率 $\mathcal{J}^{(2)}$ の ω_{rot} 依存性を理解することができる。同時に、この励起は、高スピン領域で励起エネルギーが非常に小さいため、バンドの大きな生成強度も自然に理解することができる。言い替えると、band 2 と band 3 は $\omega_{\text{rot}} \approx 0.5\text{MeV}/\hbar$ で互いに交差しており、この交差は、八重極バンドと負パリティ・バンドとの擬交差に対応している。

また、それ以外のバンドに関しても八重極相関の影響は強く、特に負パリティの 1p-1h 励

起モードは、その多くが八重極集団励起状態に分散しているために、純粋な $1p-1h$ 的な配位は実現されることがかなり困難である。したがって、これまでの常套手段であった “High-N” 分類法を用いた一粒子軌道の配位の決定は、信頼性が乏しく、慎重に行なわなければならない。最終的な配位の決定には、実験的にスピン・パリティを決定することが必要と思われ、ヨーロッパで現在稼働している γ 線測定器 EUROGAM、GASP や、アメリカで間もなく稼働する GAMMASPHERE による実験に期待したい。

ACKNOWLEDGMENTS

本論文の研究は、松柳研一氏 (京大理)、水鳥正二郎氏 (Lund) との共同研究に基づくものであり、また数値計算のコードの一部は、清水良文氏 (九大理) の開発したものを使用しました。ここに深く感謝の意を表します。W. Nazarewicz 氏 (Oak Ridge) には、多くの議論や共同研究を通して貴重な助言を頂き、C.W. Beausang 氏 (Liverpool)、P.J. Twin 氏 (Liverpool) には、 ^{152}Dy に関する最新の実験データを提供して頂いたことを感謝します。また、京都大学理学部原子核理論研究室の方々には、日頃から有意義な議論をして頂いたことに感謝致します。

なお、数値計算には主として京都大学大型計算機センターを利用し、その費用の一部は、大阪大学核物理研究センターの共同利用計算費 (No. 91-A-17, 92-A-14)、大型計算プロジェクト (No. 93-B-02) で補助されています。

APPENDIX A: 調和振動子ポテンシャル中の八重極励起

$\omega_1 = \omega_2 \equiv \omega_\perp$ の軸対称変形の場合を考えよう。まず、調和振動量子の生成・消滅演算子を以下の通り導入する [18]。

$$x_1 = (-i)\sqrt{\frac{\hbar^2}{2M\omega_\perp}}(c_1^\dagger - c_1), \quad p_1 = \sqrt{\frac{\hbar M\omega_\perp}{2}}(c_1^\dagger + c_1), \quad (\text{A1})$$

$$x_2 = \sqrt{\frac{\hbar^2}{2M\omega_\perp}}(c_2^\dagger + c_2), \quad p_2 = i\sqrt{\frac{\hbar M\omega_\perp}{2}}(c_2^\dagger - c_2), \quad (\text{A2})$$

$$x_3 = (-i)\sqrt{\frac{\hbar^2}{2M\omega_3}}(c_3^\dagger - c_3), \quad p_3 = \sqrt{\frac{\hbar M\omega_3}{2}}(c_3^\dagger + c_3). \quad (\text{A3})$$

また、 c_1, c_2 から、 K -量子数の昇降演算子に組み換えることができる。

$$c_\pm^\dagger = \mp \frac{1}{\sqrt{2}}(c_1^\dagger \mp c_2^\dagger) \quad \text{and} \quad c_\pm = \mp \frac{1}{\sqrt{2}}(c_1 \mp c_2). \quad (\text{A4})$$

これらの演算子を使って軸対称変形調和振動子ハミルトニアンは、

$$h_{\text{HO}} = \sum_{k=1}^A \left\{ \hbar\omega_\perp(\hat{n}_+ + \hat{n}_- + 1) + \hbar\omega_3(\hat{n}_3 + \frac{1}{2}) \right\}_k, \quad (\text{A5})$$

と書ける。ここで、 $\hat{n}_\pm = c_\pm^\dagger c_\pm$ 、 $\hat{n}_3 = c_3^\dagger c_3$ である。

h_{HO} の期待値は、 $N_{\text{osc}} \equiv n_1 + n_2 + n_3$ と n_3 とに依存する。対称軸方向への軌道角運動量の射影成分を Λ とすると、 $\Lambda = \langle \hat{n}_+ - \hat{n}_- \rangle$ で与えられ、ある (N_{osc}, n_3) の量子数をもつ縮退したエネルギー準位は、

$$\Lambda = \pm n_\perp, \pm(n_\perp - 2), \dots, \pm 1 \text{ or } 0. \quad (\text{A6})$$

の値をとり得る。ここで、 $n_\perp = n_1 + n_2$ 。

振動量子数の生成・消滅演算子を用いて、八重極演算子 $Q_{3K} \equiv r^3 Y_{3K}$ を書き下すと、

$$Q_{30} = i \left(\frac{7}{32} \frac{\hbar^3}{M^3 \omega_0^3} \right)^{1/2} \{ 3f_3 c_+^\dagger c_-^\dagger c_3^\dagger + (f_1 c_3^{\dagger 3} - 3f_3 c_+^\dagger c_-^\dagger c_3) \\ + 3(f_3(1 + \hat{n}_+ + \hat{n}_-) - f_1 \hat{n}_3) c_3^\dagger \} + (\text{Hermite conjugate}), \quad (\text{A7})$$

$$Q_{31} = i \left(\frac{21}{64} \frac{\hbar^3}{M^3 \omega_0^3} \right)^{1/2} \{ f_4 c_+^{\dagger 2} c_-^\dagger + 2f_2 c_+^\dagger c_3^{\dagger 2} \\ + (f_4(1 + \hat{n}_+ + 2\hat{n}_-) - 2f_2(1 + 2\hat{n}_3)) c_+^\dagger + 2f_2 c_3^{\dagger 2} c_- \} \\ - (\text{Hermite conjugate with the replacement } c_+ \leftrightarrow c_-), \quad (\text{A8})$$

$$Q_{32} = i \left(\frac{105}{64} \frac{\hbar^3}{M^3 \omega_0^3} \right)^{1/2} f_3 \left(c_+^{\dagger 2} c_3^\dagger - c_+^\dagger c_3^{\dagger 2} + 2c_+^\dagger c_3^\dagger c_- \right) \\ + (\text{Hermite conjugate with the replacement } c_+ \leftrightarrow c_-), \quad (\text{A9})$$

$$Q_{33} = i \left(\frac{35}{64} \frac{\hbar^3}{M^3 \omega_0^3} \right)^{1/2} f_4 \left(c_+^{\dagger 3} + 3c_+^\dagger c_-^{\dagger 2} \right) \\ - (\text{Hermite conjugate with the replacement } c_+ \leftrightarrow c_-). \quad (\text{A10})$$

ここで係数 f_1, f_2, f_3, f_4 は以下のように定義されている。

$$f_1 = \left(\frac{\omega_0^3}{\omega_3^3} \right)^{1/2}, f_2 = \left(\frac{\omega_0^3}{\omega_3^2 \omega_\perp} \right)^{1/2}, f_3 = \left(\frac{\omega_0^3}{\omega_3 \omega_\perp^2} \right)^{1/2}, f_4 = \left(\frac{\omega_0^3}{\omega_\perp^3} \right)^{1/2}. \quad (\text{A11})$$

K -量子数の代わりに、シグネチャー量子数で八重極演算子を分類することもできる。すなわち、シグネチャー $\alpha = 0, 1$ をもつ八重極演算子、

$$Q_{3K}^\alpha = \sqrt{\frac{1}{2(1 + \delta_{K0})}} r^3 (Y_{3K} - (-)^\alpha Y_{3-K}). \quad (\text{A12})$$

デカルト座標を用いて、その形を記しておく。

$$Q_{30}^1 = \left(\frac{7}{16\pi} \right)^{1/2} z(2z^2 - 3x^2 - 3y^2), \quad (\text{A13})$$

$$Q_{31}^0 = - \left(\frac{21}{32\pi} \right)^{1/2} x(4z^2 - x^2 - y^2), \quad (\text{A14})$$

$$Q_{31}^1 = -i \left(\frac{21}{32\pi} \right)^{1/2} y(4z^2 - x^2 - y^2), \quad (\text{A15})$$

$$Q_{32}^0 = i \left(\frac{105}{16\pi} \right)^{1/2} 2xyz, \quad (\text{A16})$$

$$Q_{32}^1 = \left(\frac{105}{16\pi} \right)^{1/2} z(x^2 - y^2), \quad (\text{A17})$$

$$Q_{33}^0 = - \left(\frac{35}{32\pi} \right)^{1/2} x(x^2 - 3y^2), \quad (\text{A18})$$

$$Q_{33}^1 = -i \left(\frac{35}{32\pi} \right)^{1/2} y(3x^2 - y^2). \quad (\text{A19})$$

ここで、 $(x, y, z) = (x_1, x_2, x_3)$ 。 $\alpha = 0$ の $K = 0$ 八重極演算子は存在しない。

上の (A7) - (A19) 式から、八重極演算子は以下のようなエネルギーの粒子・空孔励起が可能であることがわかる。

$$Q_{30}^1; \hbar\omega_3, 2\hbar\omega_\perp - \hbar\omega_3, 3\hbar\omega_3 \text{ and } 2\hbar\omega_\perp + \hbar\omega_3, \quad (\text{A20})$$

$$Q_{31}^{0,1}; 2\hbar\omega_3 - \hbar\omega_\perp, \hbar\omega_\perp, 2\hbar\omega_3 + \hbar\omega_\perp \text{ and } 3\hbar\omega_\perp, \quad (\text{A21})$$

$$Q_{32}^{0,1}; \hbar\omega_3, 2\hbar\omega_\perp - \hbar\omega_3 \text{ and } 2\hbar\omega_\perp + \hbar\omega_3, \quad (\text{A22})$$

$$Q_{33}^{0,1}; \hbar\omega_\perp, \text{ and } 3\hbar\omega_\perp. \quad (\text{A23})$$

調和振動子ポテンシャルにおける RPA 分散方程式は、

$$\frac{1}{2\chi_{3K}} = \sum_{\Delta E} \frac{\Delta E \Sigma(\Delta E; 3K)}{(\Delta E)^2 - (\hbar\omega)^2}, \quad (\text{A24})$$

$$\Sigma(\Delta E; 3K) = \sum_{i(\Delta E)} \left| \langle i | \sum_{k=1}^A (Q_{3K}^{\prime\prime})_k | 0 \rangle^2 \right|, \quad (\text{A25})$$

と書くことができ、ここで ΔE としては、各モード (K) に対し、(A20)-(A23) 式の値をとる。方程式 (A24) を解けば、ノーマル・モードの励起エネルギー $\hbar\omega$ を求めることができる。

$\Sigma_{i(\Delta E)}$ は、励起エネルギー ΔE をもつ励起状態 $|i\rangle$ に関する和を示している。上の表式と、坂本・岸本によって開発されたテクニック [17] を使うと、(A25) 式の部分和 $\Sigma(\Delta E; 3K)$ を容易に評価することができる。これらは、演算子 $\hat{n}_3, \hat{n}_\pm, \hat{n}_3^2, \hat{n}_\pm^2, \hat{n}_+\hat{n}_-, \hat{n}_3\hat{n}_\pm$ の期待値で書くことができ (Ref. [17] の (B.30) – (B.33) 式を参照)、これらの期待値は、以下に記す公式から求められる。

以下では超変形 $\omega_\perp \approx 2\omega_3$ の場合を考える。このときには、同じ殻量子数 $N_{\text{sh}} = 2n_\perp + n_3$ をもつ一粒子準位は縮退しており、一つの主殻を構成する。演算子 \hat{n}_3, \hat{n}_\pm などの、ある一つの主殻 ($N_{\text{sh}} = 2n + p$) に詰まっている粒子に関する期待値の和は、以下のように与えられる。

$$\langle 1 \rangle_{N_{\text{sh}}} = \frac{1}{2}(n+1)(n+2), \quad (\text{A26})$$

$$\langle \hat{n}_3 \rangle_{N_{\text{sh}}} = \frac{1}{6}(n+1)(n+2)(2n+3p), \quad (\text{A27})$$

$$\langle \hat{n}_+ \rangle_{N_{\text{sh}}} = \frac{1}{6}n(n+1)(n+2), \quad (\text{A28})$$

$$\langle \hat{n}_3^2 \rangle_{N_{\text{sh}}} = \frac{1}{6}(n+1)(n+2)\{2n(n+1) + p(4n+3)\}, \quad (\text{A29})$$

$$\langle \hat{n}_+^2 \rangle_{N_{\text{sh}}} = \frac{1}{12}n(n+1)^2(n+2), \quad (\text{A30})$$

$$\langle \hat{n}_+\hat{n}_- \rangle_{N_{\text{sh}}} = \frac{1}{24}(n-1)n(n+1)(n+2), \quad (\text{A31})$$

$$\langle \hat{n}_+\hat{n}_3 \rangle_{N_{\text{sh}}} = \frac{1}{12}n(n+1)(n+2)(n-1+2p), \quad (p=0 \text{ or } 1). \quad (\text{A32})$$

この表式を足し合わせると、ある主殻 ($(N_{\text{sh}})_{\text{max}} = N_F = 2n + p$) まで粒子の詰まった閉殻配位における期待値が得られる。

$$\langle 1 \rangle_{N_F} = \frac{1}{6}(n+1)(n+2)(2n+3+3p), \quad (\text{A33})$$

$$\langle \hat{n}_3 \rangle_{N_F} = \frac{1}{6}(n+1)(n+2)\{n(n+2) + p(2n+3)\}, \quad (\text{A34})$$

$$\langle \hat{n}_+ \rangle_{N_F} = \frac{1}{12}n(n+1)(n+2)(n+1+2p), \quad (\text{A35})$$

$$\langle \hat{n}_3^2 \rangle_{N_F} = \frac{1}{30}(n+1)(n+2)\{n(4n^2+13n+8) + 5p(2n^2+6n+3)\}, \quad (\text{A36})$$

$$\langle \hat{n}_+^2 \rangle_{N_F} = \frac{1}{60}n(n+1)(n+2)\{2n^2+4n+4 + 5p(n+1)\}, \quad (\text{A37})$$

$$\langle \hat{n}_+\hat{n}_- \rangle_{N_F} = \frac{1}{120}(n-1)n(n+1)(n+2)(2n+1+5p), \quad (\text{A38})$$

$$\langle \hat{n}_+\hat{n}_3 \rangle_{N_F} = \frac{1}{120}n(n+1)(n+2)\{4n^2+3n-7 + 10p(n+1)\}, \quad (p=0 \text{ or } 1). \quad (\text{A39})$$

この公式を用いると、RPA 分散方程式 (A24) 式を解析的に解くことができる。また、調和振動子ポテンシャルの平衡変形を決める式 (3.3) 式も簡単に導くことができる。

REFERENCES

- [1] P.J. Twin et al., Phys. Rev. Lett. **57** (1986) 811.
- [2] M.A. Bentley et al., Phys. Rev. Lett. **59** (1989) 2141.
- [3] P.J. Twin, Nucl. Phys. **A520** (1990) 17c.
- [4] H. Morinaga and P.C. Gugelot, Nucl. Phys. **46** (1963) 210.
- [5] A. Galindo-Uribarri et al., Phys. Rev. Lett. **71** (1993) 231.
- [6] S. Cohen, F. Plasil and W.J. Swiatecki, Ann. of Phys. **82** (1974) 557.
- [7] D.R. Inglis, Phys. Rev. **96** (1954) 1059; **97** (1955) 701.
- [8] Y.R. Shimizu and K. Matsuyanagi, Prog. Theor. Phys. **67** (1982) 1637; **67** (1982) 1641; **70** (1983) 144; **70** (1983) 319; **72** (1984) 799.
- [9] S. Mizutori, Y.R. Shimizu and K. Matsuyanagi, Prog. Theor. Phys. **83** (1990) 666; **85** (1991) 559; **86** (1991) 131.
- [10] S.G. Nilsson, Mat.-fys. Medd. Kong. Dan. Vid. Selsk. **29** (1955).
- [11] T. Bengtsson and I. Ragnarsson, Nucl. Phys. **A436** (1985) 14.
- [12] S. Kinouchi, Ph. D. Thesis, Univ. of Tsukuba, 1988.
- [13] V.M. Strutinsky, Nucl. Phys. **A95** (1967) 420.
- [14] K. Neergard, V.V. Pashkevich and S. Frauendorf, Nucl. Phys. **A262** (1976) 61.
- [15] C.G. Andersson et al., Nucl. Phys. **A268** (1976) 205.
- [16] M. Brack et al., Rev. Mod. Phys. **44** (1972) 320.
- [17] H. Sakamoto and T. Kishimoto, Nucl. Phys. **A501** (1989) 205, 242.
- [18] A. Bohr and B.R. Mottelson, *Nuclear Structure* Vol.2 (Benjamin, New York, 1975).
- [19] C.J. Veje, Mat.-fys. Medd. Kong. Dan. Vid. Selsk. **35** (1966).
- [20] M. Matsuzaki, Y.R. Shimizu and K. Matsuyanagi, Prog. Theor. Phys. **77** (1987) 1302; **79** (1988) 836.
- [21] See, for example, P. Ring and P. Schuck, *The Nuclear Many-Body Problem* (Springer-Verlag, 1980).
- [22] G. Rosensteel and J.P. Draayer, J. of Phys. **A22** (1989) 1323.
- [23] W. Nazarewicz and J. Dobaczewski, Phys. Rev. Lett. **68** (1992) 154.
- [24] K. Arita and K. Matsuyanagi, Prog. Theor. Phys. **89** (1993) 389; preprint KUNS-1229; K. Arita, Prog. Theor. Phys. **90** (1993) 747.
- [25] D.M. Cullen et al., Phys. Rev. Lett. **65** (1990) 1547.
- [26] P.M. Walker, Phys. Rev. Lett. **67** (1991) 1174.
- [27] P.B. Semmes, I. Ragnarsson and S. Åberg, Phys. Rev. Lett. **68** (1992) 460.
- [28] D.M. Cullen et al., Phys. Rev. **C47** (1993) 1298.
- [29] P. Fallon et al., Phys. Rev. Lett. **70** (1993) 2690.
- [30] M.J. Joyce et al., Phys. Rev. Lett. **71** (1993) 2176.
- [31] J. Almberger, I. Hamamoto and G. Leander, Phys. Lett. **B80** (1979) 153.
- [32] I. Hamamoto, in *Nuclear Structure 1985*, ed. R. Broglia, G.B. Hagemann and B. Herskind (North-Holland, 1985) p.129.
- [33] C.W. Beausang and P.J. Twin, private communication.
- [34] T. Bengtsson et al., Phys. Lett. **B258** (1988) 39.
- [35] T. Byrski et al., Phys. Rev. Lett. **64** (1990) 1650.